

Apologia della ragione scientifica - III: decisioni e giochi strategici

T. Bassetti, A. Luvison

Sommario

L'Homo oeconomicus – il risultato di un mero costrutto mentale – si trova costantemente di fronte a circostanze che ne sfidano la razionalità. A partire dal quadro concettuale fornito dalla teoria dei giochi, si illustrano alcuni dilemmi emblematici che si presentano in situazioni reali: economia, telecomunicazioni, società civile e politica. Il Leitmotiv dell'articolo è che l'esercizio del pensiero critico (critical thinking) e della razionalità, insieme agli strumenti disponibili (analisi quantitativa e probabilistica, rigore metodologico e logico, pragmatismo, ecc.), consente di inquadrare, affrontare e risolvere efficacemente i problemi che caratterizzano la trasformazione digitale, nel presente e nel futuro. Gli esempi a supporto della tesi sono di teoria dei giochi, paradossi e dilemmi, inclusi quelli economici, sociali ed elettorali.

Abstract

Homo economicus – a term for a totally made-up conceptual model – is continually facing a number of situations that challenge his/her rationality. Starting from the generic framework of game theory, we discuss a variety of well-known puzzling situations arising from the real world of economics, telecommunications, human society and politics. The paper main theme is that problem solving can be provided by critical thinking and rationality. The available toolkit – quantitative analytics, i.e., metrics (or measurement unit), probability and statistics, scientific method and logic, engineering approach – allows us to frame, face and solve a large amount of problems that will affect the ongoing digital transformation, now and in the future. Supporting examples are from game theory and paradoxical situations, which include economic, social and voting dilemmas.

Keywords: Critical thinking, Game theory, Prisoner's dilemma, Braess' paradox, Centipede game, Social and collective choices, Voting schemes, Decision-making



1. Introduzione

Reason also is choice – Anche la ragione è una scelta (John Milton)

L'articolo continua nel percorso tematico avviato dai due precedenti sull'“Apologia della ragione scientifica” [1], [2], mantenendo l'impostazione trasversale e interdisciplinare, oltre al taglio panoramico e all'intento comunicativo. Leitmotiv del lavoro è dunque che l'esercizio del pensiero critico (*critical thinking*), della razionalità, dell'argomentazione, insieme con gli strumenti di supporto (analisi quantitativa e probabilistica, rigore metodologico e logico, pragmatismo, ecc.), consente di inquadrare, affrontare e risolvere efficacemente i problemi che caratterizzano l'era digitale, nel presente e nel futuro.

Purtroppo, un elemento critico per l'Italia è che da circa cent'anni, dopo il trionfo del neoidealismo di Benedetto Croce e Giovanni Gentile, la scienza (associata alla tecnica nella tecnoscienza) è considerata al massimo portatrice di benefici, ma non creatrice di cultura, che, anzi, sarebbe appannaggio esclusivo di categorie strettamente legate alla sfera umanistica (*humanities*): filosofia, letteratura, estetica e arte, ecc. Questo denigrare il valore culturale della scienza permea tuttora una componente non trascurabile del sistema educativo italiano ed è una delle cause principali dei nostri limiti in economia, tecnologia e innovazione rispetto a tanti altri Paesi avanzati in settori high tech afferenti sia all'industria sia ai servizi. Anche se le ragioni del ritardo risiedono non solo qui, sono tutte però fortemente embricate con questa.

Si dimentica infatti che è la scienza a fornire risposte alle grandi domande sulla natura, non per una fede incondizionata e aprioristica nella sua infallibilità, quanto piuttosto per il suo rigore metodologico (del tutto irriducibile al fanatismo) e, soprattutto, per i suoi risultati. Inoltre, la scienza, che è un processo dinamico continuo, e non una conclusione, consente di imparare anche facendo e sperimentando. Persino con riferimento alla medicina, se scientificamente fondata, si deve partire dal presupposto che non esistono meccanismi naturali diversi per la fisica e la chimica degli organismi umani e per la fisica e la chimica di tutto il resto della natura. Un'appassionata e argomentata difesa del pensiero matematico è fatta, con la solita verve, da Piergiorgio Odifreddi in un commento dal paradossale titolo di “Due più due fa cinque”, dove si citano molti eruditi che hanno addirittura rivendicato il diritto di ribellarsi alle leggi dell'aritmetica [3].

Sviluppare conoscenza e cultura scientifica in un Paese in cui si privilegiano letterati e filosofi diventa perciò difficile, e, se tecnoscienza, ricerca, innovazione, brevetti sono penalizzati, è arduo mettere in moto una macchina che produca crescita intelligente. Altri Stati, favorendo un'istruzione scolare basata sulle discipline scientifiche sinteticamente racchiuse nell'acronimo STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics), danno prova di essere più lungimiranti del nostro.

Compito di chi ha ruoli di responsabilità è affidarsi non ai preconcetti, bensì a razionalità, logica e capacità di giudizio – senza trascurare l'esercizio di un po'

di attenzione e di buon senso (che talora “c’è, ma se ne sta nascosto, per paura del senso comune” – scriveva sagacemente Alessandro Manzoni). Questi elencati sono tutti fattori alla base del pensiero analitico, critico e logico, che è l’unico strumento cognitivo capace di produrre scienza e formare cittadini consapevoli.

Sui limiti e sulla fallibilità della ragione da un punto di vista logico-matematico (e a integrazione delle considerazioni già introdotte nei lavori [1], [2]) meritano un cenno i teoremi di incompletezza di Kurt Gödel, tanto importanti per i fondamenti logici quanto la teoria della relatività di Albert Einstein per la fisica. Le conseguenze dei risultati di questi due geni sono state spesso interpretate in modo ardito non meno che distorto – cioè in termini di irrazionalismo (quelli di Gödel) o relativismo (quelli di Einstein) – da pseudo-epistemologi dotati di scarsa cultura scientifica.¹ Come sanno i lettori di questa rivista, è scorretto confondere livelli epistemologici diversi, attinenti a categorie altrettanto irriducibili quali relatività-relativismo e incompletezza-irrazionalismo.

Vastissima è la letteratura sui contributi di Gödel, che nel 1931 stupì il mondo della matematica dimostrando che nessun insieme finito di assiomi è capace di catturare tutte le verità matematiche. (Per una prima non cursoria introduzione alle molteplici sfaccettature della logica, dalla aristotelica alla simbolico-formale, suggeriamo il manuale [4]).

“Se la ragione vuol essere completa allora è incoerente”, proclamava Immanuel Kant. “Se la ragione vuol essere coerente allora deve essere incompleta”, ribatteva Gödel. Quest’ultimo con due teoremi fondamentali ha risolto in negativo i problemi della completezza (decidibilità di tutti gli enunciati) e della coerenza (non contraddittorietà di tutti gli enunciati) all’interno un sistema logico-matematico formalizzato (assiomatico). Al di là dei tecnicismi, il primo teorema stabilisce che in questi sistemi esistono verità e formule indecidibili, le quali cioè non si possono né dimostrare né refutare. In ogni formalizzazione esistono delle espressioni che non sono teoremi, quantunque esse siano valide nel senso usuale del termine, quindi l’intera matematica non può essere assiomatizzata. A causa dell’esistenza di proposizioni indecidibili, discende il secondo risultato sull’impossibilità di dimostrare la coerenza, cioè l’assenza di contraddizioni, in un sistema assiomatico.

Una conseguenza di quanto detto è che in un linguaggio (sistema) si possono formulare più proposizioni vere di quelle che si possono dimostrare all’interno del linguaggio (sistema) stesso, così che la loro verità deve essere comunicata dall’esterno del sistema (per es., dall’esperienza). Ci sarà pur stata una crisi dei fondamenti della matematica, ma è altrettanto vero che Gödel l’ha brillantemente risolta con il trionfo e l’ampliamento del modello di razionalità, la quale risulta perciò rafforzata. E la branca dell’ontologia formale ne è oggi la piena

¹ Richard Feynman sulla questione una volta sfoggiò tutto il suo tagliente sarcasmo: “La filosofia della scienza è utile agli scienziati più o meno quanto l’ornitologia è utile agli uccelli”. Naturalmente, la maggior parte dei filosofi della scienza (epistemologi) è costituita, anche e soprattutto in Italia, da studiosi preparati e competenti.

testimonianza con le sue applicazioni all'intelligenza artificiale e alla rappresentazione della conoscenza.

Se volessimo compendiare per la scienza in generale la lezione di Gödel mediante una frase non precisissima ma espressiva, potremmo dire che ciò che appare logicamente plausibile non è sempre vero, e ciò che è vero non è sempre dimostrabile.

Oltre al mondo naturale dei logici e dei matematici, anche gli studiosi del diritto hanno discusso a lungo sull'applicabilità dei teoremi di incompletezza al settore giuridico, dividendosi quasi equamente tra favorevoli e contrari.² *“L'indagine razionale occupa un posto chiave nella comprensione della giustizia anche in un mondo segnato da tanta irrazionalità. Anzi in un mondo siffatto può risultare decisiva”*, sostiene Amartya Sen in *L'idea di giustizia*. (Nell'originale: *“Reasoning is central to the understanding of justice even in a world which contains much ‘unreason’; indeed, it may be particularly important in such a world”* [6, p. xix]). E dunque, occorre mantenere alta la soglia di guardia della razionalità, applicandola in modo critico e costantemente.

Nelle teorie economiche e sociali contemporanee trova sempre più spazio la costruzione di modelli matematici per studiare come un insieme di agenti razionali prenda decisioni individualmente (teoria delle decisioni), interattivamente (teoria dei giochi) o collettivamente (teoria della scelta sociale). Consumatori, elettori, giocatori esprimono preferenze che possono essere formalizzate, pur in condizioni estreme di rischio o incertezza.

La cornice generale dell'articolo è fornita dalla teoria dei giochi [7], [8], teoria che consiste nello studio dei conflitti fra oppositori oculati e potenzialmente mendaci.³ John von Neumann utilizzò il termine “gioco” per rappresentare una situazione competitiva dove un giocatore deve fare una scelta sapendo che anche gli altri sono in grado di scegliere, e il risultato del conflitto sarà determinato secondo certe regole definite *a priori* nonché da tutte le scelte effettuate. È importante osservare che soggetti economici antagonisti possono essere considerati “giocatori” che praticano la teoria dei giochi.

Partendo dal dilemma del prigioniero, che useremo come introduzione all'intera problematica, toccheremo – in forma divulgativa, in parte narrativa, pur seguendo un percorso ragionato – argomenti diversi quali: il dilemma del prigioniero e il gioco dei millepiedi; il paradosso di Condorcet e gli sviluppi più recenti sui modelli elettorali; il paradosso di Braess applicato al traffico; l'intelligenza collettiva (*crowdsourcing*) nelle reti sociali e nel web. L'importanza

² Benché Gödel non si sia interessato delle implicazioni giuridiche dei suoi risultati, resta il curioso episodio di quando egli, studiando la Costituzione USA perché in attesa della cittadinanza nel 1947, scoprì in un articolo una contraddizione, ossia una pecca logica, attraverso la quale gli Stati Uniti si sarebbero potuti trasformare in una dittatura. Durante il successivo esame, gli amici Einstein e Oskar Morgenstern, che lo accompagnavano, riuscirono a frenarlo a stento dal portare troppo avanti il discorso su questo punto di fronte al giudice che lo interrogava per concedergli l'agognata cittadinanza. Esistono numerose varianti aneddotiche dell'episodio, ma la ricostruzione più fedele sembra essere quella riportata in [5].

³ La teoria dei giochi è distinta dalla matematica ricreativa, oggetto, in parte, di [1] e [2].

di questi esempi problematici⁴ sta nel fatto che pervadono la nostra vita quotidiana negli aspetti economici, politici, sociali ed etici. Due riquadri toccano argomenti più tecnici e curiosità riconducibili, in termini generali, a statistica e probabilità, oltre che a valutazioni semplicemente aritmetiche.

La nutrita bibliografia finale, che comprende le indicazioni relative ai lavori effettivamente utilizzati o, perlomeno, consultati nella stesura dell'articolo, permette ai lettori che lo desiderino di approfondire i temi proposti.

2. Teoria dei giochi: inquadramento generale

La teoria dei giochi è uno strumento di analisi matematica utile a risolvere problemi d'interdipendenza (o complementarità) strategica tra agenti razionali. Si parla d'interdipendenza strategica quando il risultato finale di una o più decisioni non dipende esclusivamente dalle azioni poste in essere dal decisore ma anche dalle azioni compiute da tutti gli altri giocatori. Si può quindi comprendere come questo strumento possa essere utilizzato per studiare una vasta gamma di relazioni comportamentali che riguardano le scelte di decisori razionali quali gli agenti umani, ma anche animali o computer. Ecco perché la teoria dei giochi viene spesso utilizzata nello studio dell'economia, della psicologia sociale, delle scienze politiche, nonché della biologia, dell'informatica e delle telecomunicazioni.

Il primo contributo alla moderna teoria dei giochi risale al 1928 ed è opera del matematico John von Neumann [7]. Riferendosi ai giochi a somma nulla, ossia a quelli in cui i guadagni di uno o più giocatori vengono perfettamente compensati dalle perdite dei restanti giocatori, von Neumann studia l'esistenza di equilibri in strategie miste per giochi con due giocatori. Nel 1944, lo stesso von Neumann e Oskar Morgenstern pubblicano un libro fondamentale sui giochi cooperativi caratterizzati da una molteplicità di giocatori [8].⁵ Con questo libro, gli autori gettano anche le basi per una teoria assiomatica dell'utilità attesa, la quale costituirà il punto di partenza di tutta la teoria matematico-economica delle decisioni in condizioni di incertezza.

Vista la vastità e la complessità della materia, per continuare nella trattazione, è necessario introdurre alcuni concetti fondamentali della teoria dei giochi.

Quando si parla di un gioco, bisogna sempre specificare con precisione e nei minimi dettagli tutte le caratteristiche dell'interazione strategica. In particolare bisogna definire:

- l'insieme dei giocatori;
- l'insieme delle azioni di cui ciascun giocatore dispone;
- l'ordine delle azioni;

⁴ Qui consideriamo paradossi la cui natura si avvicina all'origine etimologica del termine "paradosso", che viene dal Greco e significa "contrario al senso comune".

⁵ Per una sintesi che combina la teoria dei giochi con le biografie dei protagonisti (in primis, von Neumann) e una storia delle decisioni strategiche con applicazioni belliche, si rimanda a [9].

- l'informazione che ciascun giocatore possiede al momento di compiere la sua azione;
- la funzione dei risultati;
- il criterio di scelta, ossia una funzione di utilità che trasformi i risultati in guadagni monetari (ossia ricompense, risultati, *payoff*).

I giochi possono essere divisi in due grandi categorie: giochi cooperativi e giochi non cooperativi. Nei primi i giocatori vincolano le loro azioni al soddisfacimento degli interessi del gruppo, mentre nei secondi ciascun giocatore prende le proprie decisioni solo sulla base delle previsioni dei comportamenti altrui. Nei giochi di gruppo, per la gestione di beni comuni – terreni agricoli, foreste, patrimonio ittico – i decisori possono attuare una serie di strategie, di tipo economico e/o socio-politico, per evitare che il bene comune in questione sia depauperato a svantaggio della collettività. In questo caso, il gioco è fra più persone per la condivisione di risorse (terra, legname, pesci) da considerare rinnovabili, almeno fino a un certo punto, se ben gestite.

I giochi non cooperativi possono essere ulteriormente divisi in giochi a interessi contrapposti (o di puro conflitto), a interessi allineati (dove non c'è possibilità di stringere accordi), a interessi misti. Si noti come qualsiasi gioco a interessi contrapposti possa essere ricondotto a un gioco a somma nulla, così come un gioco a somma nulla è sempre un gioco a interessi contrapposti.

I giochi possono essere rappresentati in due modi: in forma normale e in forma estesa. La rappresentazione in forma normale non è altro che una rappresentazione in forma matriciale dei guadagni, ossia una matrice che descrive per ciascun giocatore e per ciascun'azione possibile il risultato che il giocatore otterrà date le azioni degli altri giocatori. La rappresentazione in forma estesa invece è basata sull'uso di grafi orientati che oltre a descrivere i guadagni finali, descrivono anche la sequenza possibile delle azioni e la struttura delle informazioni. La rappresentazione in forma normale viene utilizzata nel caso di giochi simultanei, cioè giochi in cui i giocatori compiono le loro azioni contemporaneamente, mentre la rappresentazione in forma estesa è utile per i giochi sequenziali (o dinamici), ossia quei giochi in cui i giocatori prendono le loro decisioni in istanti di tempo differenti.

Quando si parla di teoria dei giochi, bisogna distinguere tra equilibri di un gioco e soluzioni di un gioco. In generale, un gioco può avere molteplici equilibri, intesi come stati in cui i giocatori tendono a non muoversi, mentre le soluzioni di un gioco sono quegli equilibri che, sotto determinate ipotesi, verranno verosimilmente selezionati una volta che il gioco avrà luogo. Una delle ipotesi più ricorrenti e utili ai fini della risoluzione di un gioco è quella di *common knowledge*, che si fonda sull'idea che i giocatori non solo conoscano la propria funzione di utilità e come questa dipenda dalle scelte altrui, ma che sappiano anche che tutti gli altri giocatori la conoscano e che tutti sappiano di questa conoscenza condivisa.

Molti sono stati gli studiosi che hanno contribuito alla teoria dei giochi. Tra questi, un posto di assoluto rilievo va riservato al matematico ed economista John Forbes Nash con contributi alla soluzione di molteplici problemi teorici

riguardanti le equazioni differenziali non lineari, le varietà algebriche e la meccanica quantistica. Il contributo più importante di Nash alla teoria dei giochi è legato all'introduzione di una nuova categoria di equilibri: i cosiddetti "equilibri di Nash". Un equilibrio è di Nash quando, date le scelte di tutti gli altri giocatori, nessun giocatore ha interesse a cambiare la propria scelta. In questa situazione, nessun giocatore può migliorare la propria situazione individualmente deviando dallo stato di equilibrio. L'equilibrio di Nash così definito non implica affatto che, in equilibrio, l'allocatione dei guadagni sia efficiente. Nel 1994, John Nash, insieme a Reinhard Selten e John Charles Harsanyi, vinse il Premio Nobel per l'economia. Selten, come Nash, studiò a lungo gli equilibri nei giochi non cooperativi, mentre Harsanyi si occupò soprattutto di giochi bayesiani con informazione incompleta (il termine "bayesiano" deriva dal teorema del pastore presbiteriano Thomas Bayes sul calcolo delle probabilità *a posteriori* [10]).

I metodi di selezione degli equilibri al fine di determinare le soluzioni di un gioco sono molteplici e si va da metodi piuttosto semplici a processi cognitivi estremamente complessi. Un metodo intuitivo di selezione degli equilibri è quello delle "strategie dominanti". Un giocatore avrà una strategia dominante se, indipendentemente dalle azioni di tutti gli altri giocatori, questa strategia garantisce al giocatore un guadagno che è sempre maggiore del guadagno ottenibile da ogni altra possibile strategia. Qui col termine strategia s'intende un piano d'azioni completo. Ovviamente, se un giocatore ha una strategia dominante, non serve che egli faccia alcuna inferenza sulle strategie degli avversari. Qualora non vi siano strategie dominanti, possiamo comunque chiederci se non vi siano strategie dominate, ossia strategie che danno un guadagno sempre minore dei risultati di tutte le altre strategie. L'individuazione di strategie dominate ci permette di escludere una parte delle azioni possibili. Se escludo una strategia dominata del mio avversario, questo mi permette, a mia volta, di eliminare le strategie che erano di risposta ottima alla strategia eliminata e questo innesca un'eliminazione iterata di strategie che ci porterà ad un sottoinsieme di strategie possibili dette "razionalizzabili".

Quando non esistono né strategie dominanti né strategie dominate, diventa importante valutare e soppesare il sistema delle credenze (*belief*) dei giocatori. Giocatori avversi al rischio tendono ad adottare strategie di minimizzazione delle perdite massime (MinMax) oppure strategie di massimizzazione dei guadagni minimi (MaxMin). Il MinMax è dunque un metodo di scelta delle strategie che punta a minimizzare la massima perdita possibile. Questo metodo può essere utilizzato sia nei giochi sequenziali sia nei giochi simultanei, purché siano giochi a somma nulla. In caso contrario, il MinMax potrebbe portare a strategie subottimali. Nei giochi sequenziali si parte dai guadagni descritti nei nodi finali del grafo e per induzione all'indietro si giunge a determinare la strategia che garantirà la minor perdita massima. Fu lo stesso von Neumann a dimostrarne per primo il funzionamento. In modo simmetrico, possiamo definire il MaxMin, ossia quel metodo che porta un giocatore a selezionare la strategia che gli garantirà il massimo tra i guadagni più bassi.

Dopo questa breve descrizione della teoria dei giochi e dei suoi concetti di base, possiamo passare alla disamina di alcuni tra i giochi più famosi e significativi.

2.1 Un gioco simultaneo: il dilemma del prigioniero

Il dilemma del prigioniero, che costituisce il prologo di ogni corso universitario sulla teoria dei giochi, è una situazione ideale immaginata negli anni Cinquanta dal matematico Albert Tucker [11] e dall'economista Thomas Schelling [12]. Una sua versione è la seguente. Due individui vengono fermati dalla polizia perché sospettati di aver commesso un grave crimine. La polizia non ha elementi sufficienti per accusare i due sospettati; tuttavia, possiede le prove per accusare entrambi di un reato minore. Il commissario di polizia, che conosce la teoria dei giochi, decide da subito di separare i due sospettati in modo tale che non possano comunicare. Dopodiché, lo stesso commissario interroga un sospettato alla volta prospettandogli le seguenti situazioni: se uno confessa (*C*) e l'altro non confessa (*NC*), il primo verrà liberato immediatamente mentre il secondo sconterà 10 anni di prigione; se entrambi confessano, i due passeranno i prossimi 5 anni dietro le sbarre; se nessuno confessa, verranno accusati del reato minore e saranno condannati ciascuno a 2 anni. I due sospettati hanno tempo per decidere ma non possono conoscere la scelta dell'altro. Come si comporteranno i due sospettati? Conviene loro confessare o non confessare?

Per rispondere a queste domande è conveniente rappresentare il gioco in forma normale, come in tabella 1.

		Giocatore 2	
		<i>C</i>	<i>NC</i>
Giocatore 1	<i>C</i>	(-5, -5)	(0, -10)
	<i>NC</i>	(-10, 0)	(-2, -2)

Tabella 1
Rappresentazione in forma normale del dilemma del prigioniero

I guadagni sono riportati con numeri negativi, trattandosi in realtà di perdite (anni di prigione). Per ogni cella, il primo numero fa riferimento al giocatore 1, mentre il secondo è quello del giocatore 2. La soluzione di questo gioco può essere facilmente individuata notando che entrambi i giocatori hanno una strategia dominante. Guardando la tabella in questione, si vede come, qualunque sia la scelta del giocatore 2, al giocatore 1 convenga sempre confessare, e la stessa cosa dicasi per il giocatore 2. Infatti, se il giocatore 2 scegliesse *C*, il giocatore 1 realizzerebbe una perdita di -10 se decidesse per *NC* e soltanto -5 se scegliesse *C*. Analogamente, se il giocatore 2 scegliesse *NC*, al giocatore 1 converrebbe sicuramente scegliere *C*, non passando neanche un minuto in carcere. Ne consegue che entrambi i sospettati

scegheranno di confessare, ossia giocheranno le loro strategie dominanti. L'equilibrio trovato è un equilibrio in strategie pure ed è anche la soluzione del gioco.⁶

Si noti come la soluzione del dilemma del prigioniero sia un equilibrio di Nash. Infatti, data la scelta dell'altro di confessare, la miglior risposta di ciascun giocatore è quella di confessare. Tuttavia, questa soluzione non rappresenta sicuramente un punto di ottimo paretiano, ossia un punto a partire dal quale non è possibile aumentare l'utilità di almeno un giocatore senza ridurre quella di qualcun altro. Per esempio, il punto (NC, NC) domina in senso paretiano l'equilibrio (C, C) . Ciò nonostante i giocatori, non potendo cooperare, sono costretti a scegliere (C, C) . La situazione potrebbe cambiare se il gioco, anziché essere giocato solo una volta (*one-shot game*), venisse giocato un numero indefinito di volte (gioco ripetuto a orizzonte temporale indefinito). In quest'ultimo caso, l'esistenza di una *common knowledge* potrebbe portare i due giocatori a coordinarsi implicitamente sulla scelta di non confessare, minimizzando la perdita totale. Se così fosse osserveremo nel tempo una sequenza di equilibri del tipo (NC, NC) .

La domanda importante è: questo equilibrio dinamico può veramente essere una soluzione del gioco? La risposta è sì, poiché sebbene entrambi i giocatori possano essere tentati di deviare dall'accordo implicito, decidendo di confessare, essendo il gioco a orizzonte indefinito, l'altro giocatore potrebbe decidere di punire il traditore per tutto il tempo che segue al tradimento, giocando sempre C . Questa è quella che in teoria dei giochi si chiama minaccia credibile e la cui esistenza può portare a soluzioni cooperative anche in giochi di tipo non cooperativo. Una minaccia si definisce credibile quando si fonda su una punizione potenziale che non sia contraria agli interessi di chi la fa.

Per capire ancora meglio quanto sia importante il fatto che l'orizzonte temporale sia indefinito, analizzeremo adesso un gioco sequenziale a orizzonte temporale finito.

2.2 Un gioco sequenziale: il gioco del millepiedi

Questo gioco è stato introdotto da Robert Rosenthal nel 1981 [13]. Rispetto al dilemma del prigioniero, adesso i due giocatori non scelgono più le loro azioni simultaneamente ma si alternano nello scegliere tra incassare un certo guadagno o passare la mano all'altro giocatore. Se si decide di incassare, il gioco termina; mentre, se si decide di passare la mano, il guadagno crescerà. La struttura dei guadagni è particolare, infatti, se si sceglie di passare la mano, l'altro giocatore vedrà aumentare il proprio risultato, mentre chi ha passato lo vede diminuire. Supponiamo che, se un giocatore decide di passare la mano, egli perda 1 punto che andrà all'altro giocatore, il quale riceverà anche un ulteriore punto aggiuntivo. Se il primo giocatore dovesse decidere di incassare subito, allora entrambi riceveranno 1 punto.

⁶ Una strategia si dice pura quando la condotta del giocatore è certa, invece una strategia si dice mista quando il giocatore non gioca con certezza una sola strategia ma gioca una strategia formata da più strategie, ognuna delle quali viene giocata secondo una particolare distribuzione di probabilità. L'assenza di equilibri in strategie pure non implica l'assenza di equilibri in strategie miste.

La figura 1 fornisce una rappresentazione in forma estesa del nostro gioco, dove *P* indica la decisione di passare mentre *I* quella di incassare, i guadagni sono incolonnati nei nodi finali del grafo e il primo fa riferimento al giocatore 1 mentre il secondo al giocatore 2. Il gioco può andare avanti per molte interazioni e nell'ultimo passaggio il giocatore 2 deve decidere se riscuotere un guadagno di 101 e lasciare al giocatore 1 un guadagno di 98 oppure se passare la mano per l'ultima volta e garantire a entrambi un risultato di 100.⁷

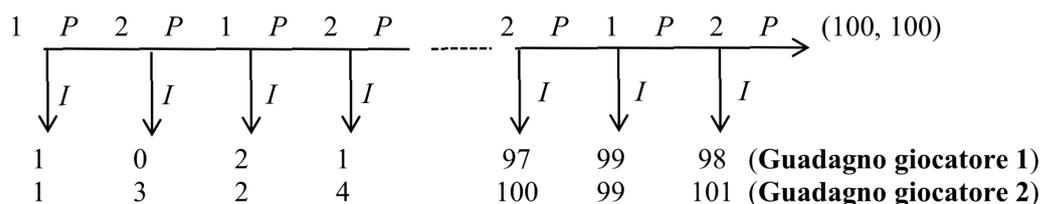


Figura 1
Schematizzazione del gioco del millepiedi

Questo gioco si risolve per induzione all'indietro, ossia, si parte dall'ultimo stadio e ci si muove verso la strategia iniziale eliminando tutte le strategie dominate. Partiamo quindi dall'ultimo stadio del gioco, dove ovviamente il giocatore 2 preferirà, in senso stretto, ricevere 101 anziché 100 e quindi deciderà di incassare. Tuttavia, sapendo questo, il giocatore 1 al penultimo passaggio sceglierà di incassare (ricevendo così 99 anziché 98), ma allora il giocatore 2 incasserà 100 al terzultimo passaggio e così via. Il ragionamento per induzione all'indietro porterà quindi a un risultato piuttosto paradossale: il primo giocatore deciderà subito di incassare 1 pur avendo entrambi i giocatori diverse occasioni per guadagnare molto di più.

Come si vede, il fatto di avere un gioco a orizzonte temporale finito, sebbene piuttosto lungo, porta i giocatori a una soluzione non cooperativa e alquanto inefficiente. Tuttavia, uno studio sperimentale illustrato in [14] mostra come raramente i giocatori decidano subito di incassare e che di solito il gioco va avanti per un certo numero di iterazioni. Questo permette ai giocatori di ricevere un guadagno maggiore di quello proposto dalla soluzione teorica del gioco e agli studiosi di comprendere che le decisioni dei soggetti in situazioni di questo tipo si basano su tecniche empiriche dette euristiche (la "regola del pollice" o "scorciatoie mentali") più complesse [15].

2.3 Uno sguardo alle applicazioni nell'economia e nelle telecomunicazioni

La teoria dei giochi prevede azioni razionali, però gli agenti sono persone reali, i cui cervelli sono connessi in modo diverso l'uno dall'altro. Non è dunque sorprendente che le decisioni prese da una persona differiscano da quanto prescritto dalla teoria. Tuttavia, anche quando gli attori si allontanano da

⁷ Il valore numerico è 100 perché in inglese il millepiedi è reso con centipede.

strategie puramente razionali, i loro comportamenti sono abbastanza prevedibili. Inoltre, allorché i giochi sono ripetuti, si manifesta una sorta di super-razionalità per cui gli individui tendono a cooperare (si veda la discussione del paradosso di Braess nel successivo par. 3). In altri termini, poiché siamo umani, ogni studio di interazioni strategiche richiede l'inclusione di risultati comportamentali: la teoria dei giochi comportamentali rappresenta il lato sperimentale della teoria, per cui le azioni dei partecipanti possono essere osservate e analizzate sul campo in modo da ottenere risultati concretamente significativi. Le poste in gioco sono spesso assai alte e basate su soldi veri, come accade in molti giochi a premi televisivi, la cui ricca dotazione garantisce il successo dello show e la sua rapida diffusione in altri Paesi con regole sostanzialmente uguali.

Il premio Nobel attribuito a personaggi quali J. Nash, R. Selten, J. Harsanyi, A. Sen, D. Kahneman, R. Thaler, testimonia come l'economia attuale sia aperta alla prospettiva interdisciplinare e integrativa con altre branche del sapere, complementari se non contigue, quali matematica (e fisica), neuroscienze e psicologia comportamentale. Nel 2002, il Nobel per le scienze economiche fu assegnato a Daniel Kahneman. Lo studioso era, fatto inusuale, uno psicologo che sin dagli anni 1970 si prefiggeva di smantellare un'ipotesi di lavoro tanto cara ai teorici dell'economia, quella dell'*Homo oeconomicus* come decisore totalmente razionale (si veda, per es., [16]). Kahneman fu per molti anni l'*alter ego* di Amos Tversky, morto nel 1956 all'età di 59 anni: se Tversky fosse vissuto più a lungo, sarebbe stato anch'egli insignito del Nobel. La storia della collaborazione tra queste due menti d'eccezione e delle loro ricerche è esaurientemente narrata nel saggio divulgativo [17]. (Per alcuni esempi dei loro contributi si rinvia anche a [1] e [2]). Le motivazioni per le quali a Richard Thaler è stato conferito il premio nel 2017 suonano identiche a quelle per cui lo vinse il suo mentore e ispiratore Kahneman, ossia per avere incorporato fondamenti di psicologia (e sociologia) nell'analisi economica delle decisioni in condizioni di incertezza ("economia comportamentale" o *behavioral economics*).

Thaler ha utilizzato l'icastico termine *misbehaving* nel compendio parzialmente autobiografico [18] per denotare l'*Homo* che, poco *oeconomicus* a causa, per esempio, di distorsioni e pregiudizi cognitivi, devia dal modello canonico, si comporta in modo anomalo e non persegue l'obiettivo del massimo benessere. In effetti, le persone reali usano spesso tecniche euristiche per prendere decisioni in modo rapido e, più o meno, efficace.

L'economia comportamentale, fra i cui precursori vi sono stati Adam Smith, John Maynard Keynes, Herbert Simon (che parlava di razionalità limitata) e il nostro Vilfredo Pareto, non rappresenta dunque una disciplina diversa: è ancora scienza economica, ma con robuste iniezioni di buona psicologia cognitiva e sperimentale o di altre scienze sociali. Tant'è che, come nel recente orientamento della "medicina basata su prove di efficacia" (*evidence-based medicine*), l'economia comportamentale è considerata particolarmente adatta per definire politiche economiche evidence-based, ossia basate su dati sperimentali. Ricapitolando, l'economia comportamentale rimuove una o più delle tre ipotesi semplificatrici che stanno alla base dell'*Homo oeconomicus*

ideale, cioè che questi nelle sue scelte: 1) sia totalmente razionale; 2) eserciti un completo autocontrollo; 3) persegua esclusivamente il proprio interesse.

Nella teoria della decisione comportamentale (*behavioral decision theory*), acquista ancor maggior rilievo il già introdotto concetto di utilità attesa, che quantifica la misura del guadagno, del piacere o della soddisfazione di ognuno in seguito a un certo evento. Il termine *utilità*, proposto da Daniel Bernoulli nel 1738, ha dato poi luogo agli studi citati [16]-[18]. In particolare, Kahneman e Tversky hanno formulato una loro originale teoria chiamandola – un po' ermeticamente – *prospect theory*, ossia, in chiaro, “teoria del valore delle diverse prospettive in condizioni di rischio e incertezza”.

Gli sviluppi di tipo comportamentale, basati su modelli descrittivi del comportamento umano, hanno ampliato e arricchito il campo della stessa teoria dei giochi rispetto alla formulazione iniziale di von Neumann e Morgenstern: questi due argomenti sono perciò comunemente insegnati nei corsi universitari di microeconomia (cfr., per es., i manuali [19]-[22]).

Nelle telecomunicazioni mobili, un problema di grande rilievo è la gestione dello spettro elettromagnetico, una risorsa finita, quindi, di pregio. Non sorprende perciò che all'argomento siano dedicati libri di testo [23], [24], tesi di laurea [25], [26], articoli di ricerca o rassegna [27]-[30]. In particolare, i riferimenti [29] e [30] riportano le ricerche più recenti nelle tecniche di teoria dei giochi che svolgono un ruolo peculiare nel campo della progettazione delle reti di comunicazione. Gli algoritmi ivi illustrati danno al lettore l'opportunità di comprendere e approfondire le soluzioni di giochi diversi a problemi specifici di progetto e gestione delle reti.

In questo contesto, si colloca anche il caso della moneta virtuale Bitcoin⁸ con la sua tecnologia abilitante, la *Blockchain* – in pratica un database distribuito. Per chi voglia approfondire come questo (inarrestabile?) sistema potrà, influenzare le nostre vite, oltre al mondo degli affari, è disponibile il numero monografico di *IEEE Spectrum* [31]. Qui però ci riferiamo al fatto che la tecnologia Blockchain è così speciale perché, per proteggere la criptovaluta ed evitare “trucchi”, si basa su un protocollo di teoria dei giochi, che garantisce un equilibrio di Nash, oltre a includere meccanismi di sicurezza crittografica [32].

3. Il paradosso di Braess sul traffico

I problemi di traffico si presentano in tutte le tipologie di rete, dalle reti stradali a quelle di generazione e distribuzione dell'energia elettrica, dall'instradamento decentralizzato in Internet all'utilizzazione dello spettro elettromagnetico nei sistemi di comunicazioni mobili. La congestione nei trasporti urbani porta a un aumento nei tempi di percorso, a maggiori emissioni da parte dei veicoli in coda, a perdite di produttività, come pure a una maggiore usura delle infrastrutture. Un cenno ai problemi critici nelle situazioni di congestione e traffico è dato in [2]; qui invece introduciamo il paradosso di Braess [33]-[36] –

⁸ Alcuni utilizzano il termine Bitcoin con l'iniziale maiuscola riferendosi alla tecnologia abilitante e alla rete, mentre con la b minuscola (bitcoin) designano la valuta in sé. Ma tale distinzione non è generalmente adottata.

originariamente proposto in [33] – che, benché non sia un vero e proprio paradosso, connota una circostanza, almeno *a priori*, affatto controintuitiva.

La situazione si manifesta nei casi in cui, aggiungendo un link in una rete, il tempo medio di percorrenza (attraversamento) aumenta. A pensarci bene, il fatto non è poi così paradossale. Basta considerare che, con l'aggiunta di una nuova risorsa, molti utenti si precipitano a usarla creando, al limite, una situazione di congestione. (Ciò capita anche nei supermercati, almeno temporaneamente, all'apertura di una nuova cassa).⁹ Beninteso, bisogna calcolare la condizione di equilibrio che si determina sulla base delle diverse variabili in gioco. Fra le numerose possibili, un'introduzione tutorial al paradosso, che coniuga bene chiarezza con generalità, è descritta in [35].¹⁰

La figura 2 illustra il problema. Nel periodo di punta, i mezzi di trasporto (o i turisti a Venezia) entrano nella rete al nodo E al ritmo di V veicoli (pedoni) in un minuto e i conducenti hanno a disposizione uno di due percorsi per arrivare al nodo d'uscita U: il primo attraverso il ponte Pa, il secondo per il ponte Pb (figura 2(a)).

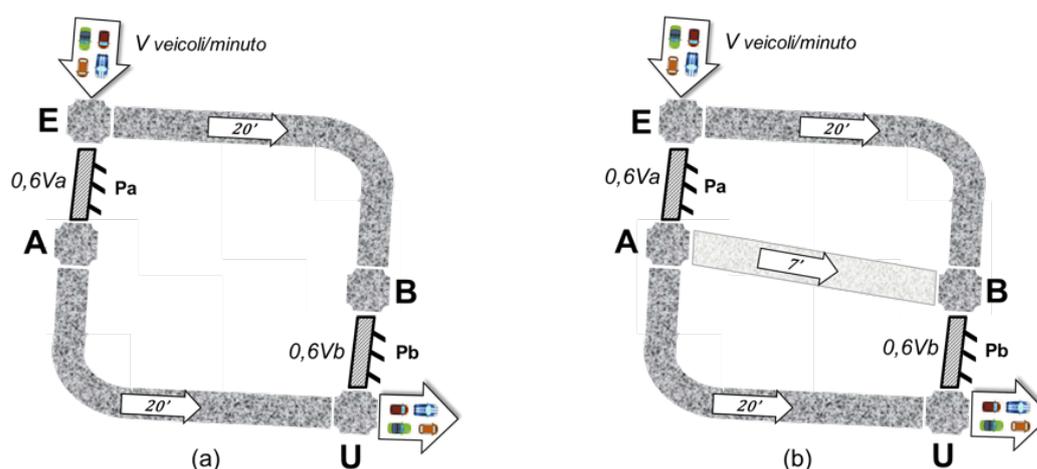


Figura 2

Paradosso di Braess: (a) la rete stradale iniziale; (b) la rete stradale espansa con il collegamento veloce fra i punti A e B. (Adattamento da [35])

Poiché ipotizziamo che il tempo di percorrenza dei ponti sia (in minuti) proporzionale al traffico entrante, o al flusso dei veicoli, Pa e Pb sono causa di rallentamento del traffico: Va e Vb ($Va + Vb = V$) sono i numeri di auto che impegnano, rispettivamente, Pa e Pb. Nell'esempio di figura, occorrono $0,6Va$

⁹ Persino nel gioco del calcio succede che una squadra, se forte e ben equilibrata, giochi meglio (e vinca) in dieci giocatori anziché in undici. Purtroppo, ciò non avviene spesso per la squadra del cuore.

¹⁰ Per una animazione del paradosso, ispirata dai mattoncini del Lego, si veda il link <https://www.youtube.com/watch?v=u1Gx-9AqNdg> [36].

minuti per attraversare P_a e $0,6V_b$ minuti per P_b .¹¹ Ciò significa che, se a un ponte arrivano 10 autovetture in un minuto, il tempo di attraversamento sarà di 6 minuti. Gli altri rami sono percorribili in 20 minuti ciascuno.

La figura 2(b) mostra l'espansione della rete tramite un collegamento superveloce tra i punti di snodo A e B, collegamento che, nell'esempio, ha un tempo di percorrenza di 7 minuti.

Rinviamo a [35] per i calcoli algebrici, assicurando che sono molto semplici: richiedono infatti la soluzione di un sistema lineare in 2×2 equazioni nel caso 2(a), o 3×3 nel caso 2(b). Ipotizzando che al nodo E arrivino 25 veicoli/minuto, con i parametri indicati nella figura 2(a), la condizione di equilibrio (à la Nash) è che il traffico si distribuisce uniformemente tra i due percorsi con un tempo di percorrenza di 27,5 minuti per ciascuno.

Nel caso della figura 2(b) con il collegamento superveloce, per ognuno dei tre percorsi, la condizione di equilibrio diventa di 33 minuti, cioè ben il 20% in più rispetto al caso 2(a). Il paradosso sta nel fatto che il nuovo tratto (la risorsa aggiuntiva) è più veloce, ma il percorso risulta in tutto più lento, stante il comportamento egoistico, o non cooperativo, degli utenti. Si può osservare che il nuovo percorso richiede di attraversare due ponti e che ogni ponte può fare da collo di bottiglia perché ha un tempo di attraversamento proporzionale all'entità del traffico (nell'esempio, si ricordi che abbiamo $0,6V_a$ minuti per P_a e $0,6V_b$ per P_b). L'architettura della nuova configurazione della rete stradale risulta perciò meno conveniente, in quanto grava di più su entrambi i ponti.

È evidente che i valori dei parametri nell'esempio sono stati scelti appositamente per creare una situazione paradossale: una sorta di esperimento mentale. Naturalmente, con altri valori dei parametri, la situazione peggiorativa di 2(b) rispetto a 2(a) può capovolgersi.

C'è pure da chiedersi se comportamenti decisionali diversi da parte di un gruppo sufficientemente numeroso di conducenti non porti a un altro risultato. In effetti, il fenomeno denominato "saggezza della folla" [37] (che riprenderemo nel par. 5 a proposito di stranezze elettorali), può consentire di ottimizzare il tempo di transito, se gli utenti in larga parte assumono un comportamento adattativo [38]. Cioè, aumentando ulteriormente la domanda di traffico, il paradosso viene smentito in quanto il nuovo tratto del percorso viene utilizzato di meno. Infatti, in un gioco ripetuto, gli agenti possono imparare a coordinarsi implicitamente su equilibri diversi.

La situazione descritta nel modello di figura 2 è quindi suscettibile di interessanti generalizzazioni quanto alle condizioni di equilibrio del traffico, alla strategia di ottimizzazione del percorso, alle variabili e ai parametri in gioco [39].

Non c'è dubbio che i decisori di una cosiddetta smart city – forse anche di una città normale – dovrebbero essere più consapevoli di questo e di altri fenomeni peggiorativi delle condizioni del traffico urbano. In città come Stoccarda, New York e Seoul la comprensione del paradosso ha condotto alla chiusura di tratti di

¹¹ Più in generale, si porrà mV_a minuti per P_a e nV_b minuti per P_b , dove m e n sono due parametri.

strada. L'alternativa per risolvere il problema sarebbe di vietare il traffico, come spesso fanno i responsabili di politiche urbane di città meno fortunate.

4. Scelte sociali e sistemi elettorali

La democrazia è la peggior forma di governo, eccezion fatta per tutte quelle che si sono sperimentate fino ad ora (Winston Churchill)

La teoria delle scelte sociali è un costrutto teorico che partendo dalle preferenze degli individui cerca di arrivare a scelte sociali che massimizzino una data funzione del benessere sociale [6], [40]. Questa teoria risale al famoso paradosso di Condorcet [5], [41], [42]. Il Marchese di Condorcet fu un filosofo e matematico francese della seconda metà del XVIII secolo. Al contrario di molti suoi contemporanei, era un liberale che credeva nell'uguaglianza dei diritti e nella razionalità degli individui. Nonostante ciò, arrivò a formulare un paradosso che ancora oggi viene utilizzato per dimostrare come un gruppo di persone razionali, che sceglie seguendo un principio democratico di maggioranza, non necessariamente giunga a scelte razionali.

Prima di illustrare il paradosso di Condorcet, dobbiamo riprendere il concetto di razionalità in economia. Quasi tutta la teoria economica impiega una funzione di utilità come funzione di scelta di individui razionali, tale funzione serve a ordinare nel modo corretto le preferenze dell'*Homo oeconomicus*. Affinché questo sia possibile, la struttura delle preferenze deve avere delle proprietà minime. All'interno di questo approccio assiomatico alle scelte degli individui, si definisce un soggetto razionale se e solo se le sue preferenze sono complete e transitive. Indicando con P la relazione di preferenza e con I quella di indifferenza, l'assioma di completezza richiede che il soggetto sappia sempre ordinare le proprie preferenze. In particolare, date due alternative qualunque, x e y , il soggetto deve sempre saper dire se la soluzione x è preferita a y (xPy), se y è preferita a x (yPx) o se le due siano indifferenti (xIy). Invece, l'assioma di transitività implica che, date tre alternative x , y e z , se xPy e yPz , allora deve valere che xPz .

Partendo da queste poche nozioni, siamo già in grado di dimostrare il paradosso di Condorcet. Ipotizziamo di avere una famiglia composta da tre persone (padre, madre e figlia) e che queste tre persone siano tutti razionali. Supponiamo inoltre che le decisioni in famiglia vengano prese a maggioranza e che le preferenze dei tre siano quelle rappresentate nella tabella 2.

Padre	xPy	yPz	xPz
Madre	yPz	zPx	yPx
Figlia	zPx	xPy	zPy

Tabella 2
Paradosso di Condorcet: struttura delle preferenze

Adesso vediamo cosa succede quando i nostri tre componenti del nucleo familiare sono chiamati a votare. Dalla tabella 2, si vede subito come a maggioranza prevarrà xPy così come anche yPz , tuttavia confrontando le alternative x e z , si ha che zPx due volte su tre. La scelta sociale viola dunque il requisito minimo di razionalità che è la transitività: xPy , yPz ma zPx . Come si diceva sopra, un gruppo di persone razionali, che sceglie seguendo un principio democratico di maggioranza, non necessariamente giunge a scelte razionali: è, in sintesi, il paradosso di Condorcet.

Questo paradosso fu poi esteso da Kenneth Arrow con il suo famoso “teorema di impossibilità”. Secondo questo teorema, quando i votanti hanno tre o più alternative di scelta, nessun sistema elettorale può convertire le preferenze individuali in un ordinamento delle preferenze sociali (complete e transitive) che siano universali, non dittatoriali, indipendenti dalle alternative irrilevanti ed efficienti in senso paretiano (o Pareto-efficienti). Il criterio di universalità implica che, indipendentemente dalla struttura delle preferenze individuali, la funzione di scelta sociale dovrebbe portare a un ordinamento delle preferenze stabile e completo. La non dittatorialità richiede che la funzione di scelta sociale non ignori le preferenze di alcuno, cioè che non sia espressione solo delle preferenze di un individuo o di un sottoinsieme di individui. L'indipendenza dalle alternative irrilevanti significa che se applichiamo la nostra funzione sociale a un sottoinsieme di possibili alternative, il risultato della scelta deve essere compatibile con quello che otterremmo se applicassimo la nostra funzione a tutto l'insieme di scelta. Infine, la funzione di scelta sociale deve portare a scelte che siano Pareto-efficienti, ossia scelte in cui non è possibile aumentare l'utilità di uno o più soggetti senza ridurre l'utilità di almeno un altro soggetto.

Sia il paradosso di Condorcet sia il teorema di impossibilità di Arrow si adattano bene alle scelte elettorali e allo studio dei modelli di voto. Ecco perché altri risultati notevoli all'interno della teoria delle scelte sociali riguardano proprio i meccanismi delle tornate elettorali. In due studi indipendenti, Allan Gibbard [43] e Mark Satterthwaite [44] hanno elaborato un teorema sui sistemi elettorali ordinali con un solo vincitore. Secondo questo teorema, una regola di voto finirà per avere una delle seguenti tre caratteristiche:

1. La regola è dittatoriale e un singolo elettore sceglierà il vincitore.
2. La regola limita i possibili risultati a solo due alternative.
3. La regola può portare a un voto tattico in cui, date certe condizioni, alcuni votanti non scelgono la loro migliore opzione.

Mentre il teorema di Gibbard e Satterthwaite si limita ad analizzare le regole di voto, il lavoro originale di Gibbard [43] può essere esteso ad altri meccanismi di scelta collettiva.

Rimanendo nell'ambito dei meccanismi di voto, un altro risultato importante nella teoria delle scelte sociali è il teorema dell'elettore mediano (*median voter theorem*), secondo il quale un sistema elettorale basato su una regola di

maggioranza porterà al risultato preferito dal cosiddetto "elettore mediano" [5], [41], [42], l'elettore cioè che sta esattamente nel mezzo: metà degli elettori sono più conservatori e metà sono più liberali. Questo teorema si basa però su ipotesi piuttosto forti. *In primis*, si presume che i votanti possano ordinare le alternative lungo una sola dimensione. Spesso, questa ipotesi viene violata. Ad esempio, nelle elezioni politiche i candidati sono chiamati a confrontarsi su molteplici questioni, così come in un referendum possiamo avere una molteplicità di quesiti. Inoltre, il teorema dell'elettore mediano richiede che le preferenze siano distribuite secondo una distribuzione unimodale e che quindi gli elettori preferiscano sempre l'alternativa più vicina alle loro preferenze, ma in realtà l'elettore che non vede coincidere le proprie preferenze con le posizioni del candidato potrebbe decidere di non votare. Per queste ragioni, il teorema dell'elettore mediano è forse più indicato per modelli elettorali fortemente maggioritari, che presentano la scelta fra due soli candidati o poli.

Da quanto detto fin qui, appare quindi evidente che non c'è modo di aggirare il teorema di impossibilità di Arrow. Di conseguenza, il meglio che si può fare è disegnare sistemi che rappresentino correttamente le preferenze degli elettori almeno nella maggioranza dei casi. Un modo potrebbe essere quello di dividere le questioni in questioni indipendenti e questioni interdipendenti, usando un sistema maggioritario per le questioni indipendenti che riguardano due alternative. Tuttavia, la maggior parte delle volte le decisioni riguardano questioni più complicate, caratterizzate da un numero di alternative maggiore di due. Si pensi alla decisione, ad esempio, di dover spendere dei soldi per rifare la facciata di un condominio e che ci siano cinque diversi preventivi equidistanti associati a cinque diverse tipologie di lavoro: 1, 2, 3, 4 e 5. In questo caso, potremmo avere $5! = 120$ diversi tipi di ordinamento delle preferenze. Possiamo semplificare questo problema ipotizzando che ciascun condomino ordini le proprie preferenze in base alla distanza tra la cifra di un preventivo e la cifra del suo preventivo preferito. In altre parole, se un soggetto ha come scelta ottima il preventivo 1, il preventivo 2 rappresenterà la sua seconda miglior scelta e così via. Se un soggetto sceglie 2, allora sarà indifferente tra 1 e 3 essendo ugualmente distanti, il preventivo 4 sarà la sua quarta scelta e così via. Questa semplificazione ci permette di eliminare 110 dei 120 possibili ordinamenti [45]. A questo punto potremmo chiedere ai coinquilini di votare sì o no ai diversi possibili ordinamenti, fino ad arrivare al risultato preferito dall'elettore mediano.

Nel 1999, Amartya Sen [46] mostra come il teorema di impossibilità di Arrow non escluda la possibilità di una scelta sociale razionale, bensì l'impossibilità di basare tale scelta su un insieme informativo limitato. Sen ritiene che il decisore sociale non possa prescindere né dai giudizi di valore né dal funzionamento delle istituzioni durante i processi decisionali. In questo senso, il teorema di impossibilità diventa una base di partenza utile per classificare le funzioni di scelta sociale in termini di violazione degli assiomi.

L'obiettivo di Sen è quello di estendere l'approccio tradizionale alla teoria delle scelte sociali e per fare ciò introduce il concetto di "dittatore locale". Secondo questo concetto, ogni individuo possiede un insieme di scelta, all'interno del quale le sue decisioni non possono essere sindacate: quale sport praticare,

quale religione osservare, il colore dei capelli, ecc. Su queste dimensioni, la somma delle scelte individuali costituirà il risultato finale che osserveremo in una società liberale. Secondo Sen, questo principio di “liberalismo minimo” contrasta con il principio di efficienza paretiana ed è per questo che non è possibile costruire una funzione di scelta sociale che soddisfi tutti gli assiomi di Arrow.

Per spiegare questa intuizione, che va sotto il nome di paradosso di Sen o paradosso liberale, Sen stesso, nel 1970 [47], aveva usato l'esempio del libro *L'amante di Lady Chatterley*. Il romanzo (con risvolti autobiografici) fu scritto nel 1928 da David Herbert Lawrence, ma, a causa dell'ancora diffusa morale vittoriana, vide la pubblicazione solo nel 1960.

Immaginiamo una società composta da due soli individui: il Puritano e il Libertino. Le tre possibili alternative sono: il libro lo legge il Puritano (P), il libro lo legge il Libertino (L), il libro non lo legge nessuno (N). La tabella 3 sintetizza le preferenze – in ordine decrescente – dei due soggetti. Si noti che P è massimamente soddisfatto se nessuno (N) legge il libro, ma, se necessario, si sacrifica come lettore: sceglie di censurare piuttosto che essere censurato. Invece L trova ingiusto vietare la lettura del libro, vuole leggerlo, ma è ancor più deliziato dall'idea che P si erudisca in questioni pruriginose. La società binaria opta quindi per l'ordinamento del Puritano.

Puritano	N è preferito a P	P è preferito a L	N è preferito a L
Libertino	P è preferito a L	L è preferito a N	P è preferito a N

Tabella 3

Paradosso di Sen: preferenze del Puritano e del Libertino in ordine decrescente

Peraltro, il liberalismo minimo implica che tra N e L decida il Libertino e che tra N e P scelga il Puritano. Questo comporta “ L preferito a N ” e “ N preferito a P ”. Per la transitività, a livello sociale abbiamo “ L preferito a P ”: è meglio che il Libertino, non il Puritano, legga il libro. Purtroppo, questa scelta è “Pareto-inferiore”, infatti entrambi i soggetti – come si evince dalla tabella – hanno espresso “ P preferito a L ”.

Tiriamo le somme. I teoremi di limitazione e impossibilità, primi fra tutti quelli di Arrow e Sen, dimostrano che c'è un conflitto tra democrazie e diritti, nel senso che in una democrazia o nessuno ha dei diritti assoluti o c'è un dittatore che li ha tutti. In generale, gli strumenti impiegati dalle istituzioni politiche, in particolare nei sistemi di voto, sono sempre discutibili, contraddittori e problematici, basati come sono su modelli per nulla infallibili. E dunque, ha un fondamento logico-matematico – anche se lo statista probabilmente non lo sapeva – la famosa asserzione di Winston Churchill (dal discorso alla Camera dei Comuni del novembre 1947), citata in esergo al paragrafo, che non ci si può illudere che esista un sistema migliore. Churchill si riferiva al significato politico del concetto di democrazia, parola sfaccettata e polisemica, in continua

evoluzione (o involuzione) storica e semantica, a partire dalla Grecia classica ai giorni nostri: magari il modello di riferimento, in un non remoto futuro, potrebbe diventare quello cinese. Ma pure la nostra discussione logico-matematica mostra che il concetto non può essere dato per scontato.

Su scelte sociali, votazioni, democrazia, ecc., resoconti storici ed evocativi, presentati con stile brillante e comunicativo, si trovano nei citati [5], [41], [42], che riportano esempi concreti sulle contraddizioni nascoste e le distorsioni lampanti della democrazia. Questi saggi illustrano anche il cosiddetto paradosso dell'Alabama, diventato un classico caso di studio nei corsi accademici di scienze politiche e sociali. Ecco il paradosso in breve: in seguito alla crescita della sua popolazione, gli USA decisero nel 1880 di aumentare il numero dei deputati al Congresso da 299 a 300. La previsione era che un solo Stato avrebbe ricevuto un seggio in più, invece due Stati (Illinois e Texas) ne ebbero uno in più ciascuno, mentre l'Alabama ne perse uno. Ai testi citati si rinvia per un'analisi dei motivi di origine numerica che hanno dato luogo a questa bizzarra e imprevedibile anomalia nella distribuzione dei seggi.

Da quanto sopra illustrato, si comprende come altre situazioni paradossali possano nascere dalle urne: una di queste – le ultime elezioni presidenziali USA – è esaminata nel seguente paragrafo.

5. Stranezze dell'urna e della democrazia: il caso USA

Il bello della democrazia è proprio questo: tutti possono parlare, ma non occorre ascoltare
(Enzo Biagi)

La follia è nei singoli qualcosa di raro – ma nei gruppi, nei partiti, nei popoli, nelle epoche è la regola (Friedrich Nietzsche)

Come è stato discusso nel precedente paragrafo, non esiste il sistema elettorale perfetto. Un chiaro esempio è che Donald Trump non sarebbe l'attuale presidente USA, se un numero esiguo di voti si fosse distribuito diversamente in tre Stati. Hillary Clinton ha battuto Trump in 48 delle 50 più popolose contee urbane, cedendogli però le 50 contee con meno laureati e popolazione: là ha perso il 30% dei voti di Barack Obama ed è là che, secondo lo statistico Nate Silver, Trump ha vinto le elezioni.

Per chiarire la vicenda, riprendiamo l'email inviata (11 novembre 2016) da uno degli autori dell'articolo (A.L.) al *Sole 24 Ore* e la risposta di Fabrizio Galimberti il successivo 16 novembre [48]:

Gentile Galimberti, l'esito delle elezioni presidenziali USA ha scatenato le analisi di politologi e storici, che hanno paragonato la situazione ai primi decenni del Novecento, tirando in ballo populismi vari, seguiti da derive nazionalistiche culminate in dittature. Sono considerazioni corrette. Ma – senza parlare dei meriti/demeriti dei candidati – c'è un altro punto da valutare. È un aspetto aritmetico, per illustrare il quale bastano somme e differenze. Mi baso sui dati

riportati nel sito della CNN (<http://edition.cnn.com/election>)¹², certamente affidabili, benché in aggiornamento. Clinton ha ottenuto in totale 60.467.245 voti popolari e Donald Trump 60.071.650; quindi più di Trump, sia pure non di molto in percentuale. Ciononostante ha conquistato 232 voti elettorali rispetto ai 290 di Trump: come è potuto succedere? È capitato che la Clinton abbia vinto con il voto popolare largamente in certi Stati e perso per poco in parecchi altri. Per esempio, in Florida per una differenza dell'1,3% (su milioni di votanti) i 29 grandi elettori sono andati a Trump, e in Michigan, per meno dello 0,3% di preferenze, la democratica non ha avuto i 16 voti elettorali. Vincendo in Florida e Michigan, la Clinton avrebbe ottenuto 277 voti elettorali contro i 245 di Trump. Discorsi analoghi valgono per altri Stati quali Pennsylvania e Ohio. È una situazione di equilibrio critico già capitata e che si ripeterà sempre più frequentemente quando vi sia la necessità di scegliere in situazioni di tipo aut aut, quali referendum, ballottaggi, ecc. E nella fascia di oscillazione intorno al 50% di probabilità sta la ragione dei fallimenti di sondaggi ed exit poll, le cui capacità previsionali, in molti casi, risultano sopravvalutate. Un'altra lezione che si può trarre, anche per casa nostra, è che nei piccoli numeri spesso si trovano le alleanze elettorali giuste.

Ed ecco la puntuale risposta dell'ottimo giornalista e raffinato commentatore politico-economico:

Caro Luvison, sono completamente d'accordo con lei. E rincarare la dose. Nelle elezioni politiche, specie quando si presentano parecchi partiti e partitini, è giusto introdurre elementi quali il collegio uninominale o il premio di maggioranza (il sistema USA dei "grandi elettori" è una variante su questo tema): la ragione è che un proporzionale puro porterebbe a governi di coalizione, spesso deboli e sottoposti a ricatti di un membro della coalizione. Ma nelle situazioni, come dice lei, binarie – scegliere fra A o B, bianco o nero, Clinton o Trump – l'unico sistema che rispetta la volontà del popolo è il proporzionale puro: vince chi prende più voti. Trump ha vinto sulla base di un misero tecnicismo dei "grandi elettori", un sistema elettorale che è il relitto di una nazione differente, quando gli USA avevano 13 Stati e dei 2,5 milioni di cittadini potevano votare solo i bianchi che possedessero terra. Un sistema elettorale che rispettasse la "volontà del popolo" avrebbe dato la presidenza alla Clinton. È la seconda volta nelle ultime cinque elezioni che questo accade (Al Gore prese più voti di Bush Jr., e se fosse stato eletto magari ci saremmo risparmiati la guerra in Iraq e la caccia alle inesistenti "armi di distruzione di massa"). In teoria i "grandi elettori", che non hanno un mandato vincolante, potrebbero ancora dare la presidenza alla Clinton, che ha preso più voti, ma non ci spero.¹³ Speriamo che un giorno, per quanto riguarda l'elezione del presidente, gli Stati Uniti riscoprano la democrazia.

¹² Valori numerici aggiornati all'11 novembre 2016, data dell'email [N.d.A.].

¹³ Naturalmente, i "grandi elettori" hanno poi confermato l'esito della votazione [N.d.A.].

La risposta – fin dal titolo “Il sistema elettorale in vigore negli USA è un relitto del passato” – è ancora più interessante della lettera, infatti, dice quanto l’autore pensava come conclusione, ma che non si era azzardato a scrivere. Una doverosa precisazione è che le valutazioni originali erano esclusivamente rivolte al fatto numerico. Non riguardavano certamente aspetti politici, sociali o storici, per i quali il mittente non poteva, e non può, vantare competenze, né titoli né esperienze specifiche.

Sulla vicenda Clinton-Trump – solo l’ultima di una serie di esemplificazioni concrete della teorie illustrate nel paragrafo precedente – pagine e pagine di carta stampata, nonché ore e ore di talk show da parte di analisti, editorialisti e opinionisti si sono dimostrate completamente inutili, se non aria fritta. Tutto ciò al netto di bufale e fake news che avrebbero falsato l’esito delle elezioni (del fenomeno false notizie si è diffusamente parlato in [49]).

Un altro effetto dell’interazione nella realtà sociale è il *crowdsourcing*, “la saggezza della folla” secondo James Surowiecki [37], o “la pazzia della folla” per altri (per es., Charles Mackay e Friedrich Nietzsche). (Il fenomeno è stato citato nel par 3 sul paradosso di Braess). La tesi di [37] è che un insieme di molte persone è “più intelligente” di poche. Questo succede perché l’expertise risiede non solo nella nostra mente ma anche nella comunità di individui a cui apparteniamo e con cui condividiamo il sapere in virtù dell’effetto rete, delle relazioni sociali, del gioco di squadra – elementi che sono alla base dell’idea di comunità della conoscenza [49].

Non sempre però la volontà della maggioranza porta alla verità, o l’opinione dei più è coerente con la verità dei fatti. Surowiecki spiega chiaramente che le folle possono sì contribuire a rimuovere certi pregiudizi, o *bias* (errore sistematico e prevedibile), dalle decisioni, ma devono essere informate adeguatamente: “*conoscere per deliberare*”, ammoniva Luigi Einaudi. E la saggezza della folla può valere solo per decisioni su determinati argomenti, per fasce di competenza omogenee (sia pur contigue e complementari), non certo su un argomento qualsiasi o un fatto specifico, tantomeno se questo è di carattere scientifico: non è pensabile che le folle siano sagge perché lo è ciascun elemento che le compone [50]. Anche come strumento di marketing, e non solo sui social media, il *crowdsourcing* è da maneggiare con molta cautela. In definitiva, non sempre “*vox populi, vox dei*”.

Valutazioni analoghe sono applicabili ai movimenti di *citizen empowerment*, che aspirano a coinvolgere i cittadini a livello decisionale, per esempio, in una smart city. Un conto però è informare le persone sul ruolo delle nuove tecnologie, sulla garanzia della riservatezza dei dati personali, sugli obiettivi di fornitura dei servizi di sanità, trasporti, sicurezza, ecc. (il cosiddetto “consenso pubblico informato”); un altro è coinvolgerle nei singoli passi di ogni processo decisionale su scelte di sistema, quali le piattaforme di rete e applicative. Ciò non toglie che categorie di cittadini davvero “smart” possano aggiungere intelligenza all’intero sistema o a parti di esso. Non è peraltro nostro scopo approfondire qui il tema della democrazia digitale e partecipativa o il dibattito pubblico tra governanti e cittadinanza sulle grandi opere e sulle relative pratiche deliberative. Tantomeno

si pretende di analizzare i modelli di *open ed e-government* o i rischi della *bubble democracy*, cioè di una politica frammentata, segmentata e polarizzata.

6. Conclusioni

I teoremi di Gödel e i paradossi logici, il dilemma del prigioniero e la teoria dei giochi, la matematica della democrazia e delle scelte sociali, inclusa l'aritmetica delle alleanze elettorali, sono classici esempi di argomenti logicamente complessi che superano la comprensione del senso comune e le sue intuizioni.

Avendo discusso di scienza e teoremi della democrazia, ci possiamo chiedere se la scienza stessa sia democratica o no. Ebbene, la risposta non può che essere positiva, perché: 1) la scienza segue un metodo oggettivante la realtà; 2) i suoi risultati sono verificabili, replicabili e riproducibili; 3) la conoscenza prodotta è visibile e diffusa anche ai cittadini perché agiscano in maniera informata; 4) la scienza non è statica, anzi procede cambiando, se necessario, prospettiva (o paradigma); 5) i ricercatori con maggiore ampiezza di vedute sono in grado di assumersi pubblicamente compiti civili ed etici; ecc. È perciò sorprendente come la tecnologia – oltre alla scienza in senso lato (cioè inclusa la medicina) – possa essere vista ancora come una minaccia anziché un servizio per gran parte dell'umanità.

Con riferimento allo strumento del voto, a tutta prima la scienza potrebbe non apparire democratica (nell'accezione comune del termine). Per esempio, nessuno si sognerebbe di far votare, o sottoporre a referendum, il teorema di Pitagora per dichiarare la validità nell'ambito della geometria euclidea: la scienza e la matematica non si decidono per decreto politico. Anche in tutt'altro campo, nella giurisprudenza, le materie dei diritti fondamentali e dei principi costituzionali non possono essere sottoposti al voto, in quanto irrinunciabili (Robert Jackson, 1943). Ma veniamo a considerare il metodo di scrutinio, validazione e accettazione di una teoria e dei risultati. Il rigore scientifico di una teoria è continuamente corroborato da prove (non solo osservazioni sperimentali) affidabili, credibili e replicabili: il processo degli asserti documentati, nella sua dinamica, porta a un metro di giudizio largamente condiviso. È l'insieme degli esperti che accredita o meno teoria e risultati e, se del caso, con il tempo li sottopone a revisione: quindi una votazione, benché non esplicita, è implicita nel sistema di controllo diffuso e condiviso. È anche sufficiente una prova, un dato, un risultato in negativo e l'impianto di base sarà rimesso in discussione dalla stessa comunità di studiosi.

Per usare una metafora tratta dalla teoria dell'informazione di Claude Shannon, non è azzardato dire che il "sistema-scienza" contiene al suo interno i meccanismi, o codici, che consentono di rivelare prima e di correggere poi i suoi eventuali errori (*error-detecting and error-correcting codes*). Insomma la comunità scientifica si autoregola, come succede nei sistemi di comunicazione progettati e realizzati secondo i criteri più avanzati di affidabilità. E dunque, la scienza è indiscutibilmente democratica tanto nei fini quanto nei mezzi.

In generale, scienza e tecnica dovrebbero avere dignità di cultura a tutti gli effetti, ed è proprio di un patrimonio centrato sull'innovazione di cui il nostro

Paese ha estremamente bisogno, se vuole essere pronto per il futuro. La stessa attitudine mentale dovrebbe essere poi capillarmente diffusa in tutti gli ambienti decisionali e in tutti gli strati della popolazione, a partire dalla scuola per giungere alle imprese, passando per la pubblica amministrazione. Al contrario, dopo certe derive oscurantiste (un esempio per tutti: il movimento no-vax), auguriamoci di non vedere mai realizzato lo scenario pretecnologico e postapocalittico paventato nel graphic novel [51], dal distopico titolo *La fine della ragione*.

Se al giorno d'oggi, i miracoli si richiedono ai ciarlatani delle pseudoscienze, anche la giustizia non sembra avere occhi di riguardo per la scienza, come ben documenta il saggio di Luca Simonetti [52]. In casi che vanno dai vaccini agli OGM, da Di Bella al terremoto dell'Aquila, Simonetti racconta una storia horror – tipicamente italiana – di errori legali e giudiziari. “*Una maggiore cultura scientifica dei giudici avrebbe assai giovato*”, è l'amara constatazione dell'autore, che non risparmia neppure il legislatore, il quale, non comprendendo concetti complessi quali gli OGM, ha scelto la via più semplice, cioè vietarli. Siamo, purtroppo, dentro *L'era dell'incompetenza e i rischi per la democrazia*, sottotitolo del saggio di Tom Nichols [50]. (Il titolo originale di [50]: *The Death of Expertise*, con le due parole chiave *death* ed *expertise*, è ancor più espressivo della sua traduzione in *La conoscenza e i suoi nemici*). In questo scenario, tutte le opinioni diventano egualmente rispettabili e gli incompetenti, mai sfiorati dal dubbio, non solo non tacciono, ma si permettono di contestare il parere degli esperti in qualunque ramo dello scibile.

Due altri temi rilevanti per il quadro delineato dall'articolo sono il paradosso di Newcomb – un controverso rompicapo filosofico-matematico che porta a una decisione (in apparenza) ambivalente – e i dilemmi etici sollevati dal ruolo che l'intelligenza artificiale e le scienze cognitive stanno giocando in modo sempre più dirompente, dilagante, pervasivo nella nostra società digitale [49]: entrambi gli argomenti saranno trattati nel quarto lavoro di questa serie [53].

Per concludere, un ultimo ma non secondario obiettivo (implicato e implicante rispetto ai temi trattati) è stato di dimostrare la fattibilità di un percorso ragionato in grado di collegare due magisteri – l'umanistico e lo scientifico – finora ritenuti dai più conservatori, soprattutto in Italia, dicotomici, lontani, irriducibili e non comunicanti. In realtà non si tratta di un conflitto irresolubile, dal momento che è possibile stabilire dialoghi e contaminazioni tra i due saperi – ognuno con un proprio statuto epistemologico e metodologico – aventi lo stesso soggetto e lo stesso oggetto: la conoscenza.

Ringraziamenti

Si ringraziano gli anonimi revisori e l'ing. Daniele Roffinella per le acute e pertinenti osservazioni che hanno permesso di puntualizzare e formulare più precisamente diversi temi dell'articolo.

Riquadro 1 – Stranezze elettorali

I discorsi politici sono riciclabili ma non commestibili (Dal fumetto *The Wizard of Id* di Johnny Hart e Brent Parker)

Se consideriamo le vicende italiane, si può osservare che i sistemi elettorali susseguitisi negli ultimi decenni, hanno offerto grandi vantaggi ai partiti o ai movimenti che sono stati in grado di formare coalizioni, alleanze, accordi e intese, soprattutto prima del voto. Questi raggruppamenti sono indispensabili per ricomporre la frammentazione, tanto a livello nazionale quanto a livello locale e per risolvere il paradosso che *“arrivare primi non significa vincere le elezioni, se non si hanno i numeri per governare”*. Da ciò, si comprende anche l'attenzione a formazioni politiche numericamente marginali. Per esempio, se al ballottaggio di sindaco sono andati due candidati A e B, e se ha vinto A con il 51% rispetto a B (49%) grazie all'apporto di C portatore del 2%, sarebbe stato sufficiente che quest'ultimo avesse appoggiato B per far sì che l'esito fosse ribaltato (il lessico elettorale nei Paesi anglofoni usa termini quali *vote splitting effect* e *spoiler candidate*).

Detto questo, un'importante lezione si può trarre, anche per casa nostra: piccoli numeri percentuali possono suggerire alleanze elettorali vincenti (o perdenti): per governare bisogna mettersi in molti sulla base di un programma condiviso e delle azioni politiche da intraprendere per raggiungere gli obiettivi concordati. Invece di tante alchimie politiche basterebbe un po' di aritmetica elettorale. Benché qui la matematica non vada mai oltre modeste operazioni di somma e differenza, i nostri “snumerati” politici, in generale, sembrano non comprendere questa semplice evidenza. Anche sondaggisti, opinionisti e giornalisti non la capiscono, preferendo l'eco mediatico di discorsi altisonanti. A questo proposito, un esempio rilevante è fornito dalla Francia che, pur assillata da problemi non lievi, con una legge elettorale adeguata ha saputo ricompattarsi.

Infine, coloro che vivono su sondaggi, exit e instant poll elettorali, ecc. non sembra facciano sempre tesoro della seguente lezione fondamentale: che esiste una naturale tendenza della mente umana a non prendere in considerazione le dimensioni di un campione rispetto alla numerosità della popolazione complessiva. Per cui, invece di utilizzare correttamente le regole del “caso”, si inventano lì per lì regole “a naso”, soprattutto nei dibattiti mediatici dedicati a prevedere i risultati delle elezioni. Le proiezioni da campioni insufficienti sono ancor più aleatorie se riguardano numeri piccoli in assoluto (partitini politici *ad personam*) o vicini tra di loro (due candidati testa a testa). In ogni evenienza, occorre tenere presente che le risposte alle domande utilizzate nei sondaggi non sono una garanzia dei risultati effettivi. Perché forniscano previsioni affidabili, i dati di indagini campionarie, devono essere raccolti con metodo e usati con accortezza da provetti statistici.

Kahneman e Tversky hanno dedicato una parte considerevole dei loro studi ai pregiudizi cognitivi sistematici (*cognitive bias*) che, a causa del campione non rappresentativo perché troppo piccolo, porta a decisioni errate, per esempio, nelle diagnosi mediche o in qualsiasi altra condizione di incertezza [16], [17].

Riquadro 2 – Insidie della probabilità e della statistica

Su statistica e probabilità in generale, una volta Charles Sanders Peirce osservò che non esiste un'altra disciplina matematica in cui sia così facile, anche per gli esperti, prendere delle cantonate. La storia lo conferma. Leibniz pensava che, lanciando due dadi, ci fosse la stessa probabilità di ottenere un 12 oppure un 11 (invece la prima è $1/36$ e la seconda è $1/18$). Jean Le Rond d'Alembert, il grande matematico francese del diciottesimo secolo, non riusciva a vedere che le probabilità dei risultati del lancio di una moneta per tre volte sono gli stessi del lancio di tre monete insieme ($1/8$) e credeva (come molti giocatori d'azzardo continuano a credere) che, dopo una lunga serie di "teste", sia più probabile l'uscita di una "croce". Non è quindi sempre vero che "la teoria della probabilità non è in fondo che il buon senso ridotto a calcolo", come sosteneva il pur grandissimo Laplace. È invece la branca della matematica più ricca di trappole e paradossi (per vari esempi significativi, si rimanda ancora a [1] e [2]).

I campioni statistici difettano sovente tanto di *precisione* quanto di *accuratezza*, due concetti fondamentali di metrologia, come ben sanno i lettori di *Mondo Digitale*. La precisione riguarda la bassa variabilità dei risultati delle misure (cioè la ripetibilità, o riproducibilità, dei risultati), l'accuratezza attiene alla vicinanza dei risultati di misura al valore effettivo (cioè il centrare tale valore). Questi due concetti – complementari ma non coincidenti – si integrano ulteriormente nell'*esattezza* (o nel più pertinente *giustezza*) delle misure, distinzioni che si possono cogliere nitidamente visualizzando le analogie dei sondaggi con il gioco del tiro al bersaglio.

Volete un'ulteriore prova delle insidie della statistica e della probabilità al senso comune? Eccola. Lanciate una moneta ben equilibrata 150 volte di fila e poi esaminate la successione dei risultati di testa e croce. Vi sembra ragionevole trovare in essa almeno una sequenza di sei teste (o croci) consecutive? Contrariamente a ciò che comunemente si pensa, la risposta è positiva [54]. In generale, con un semplice procedimento induttivo si può dimostrare che, per ottenere almeno m teste consecutive in una successione di n lanci della moneta, n non deve essere inferiore a $2^{m+1} - 2$ [55]. Da cui risulta che per avere sei teste consecutive servono almeno 126 lanci totali, per sette teste almeno 254 lanci, e così via. In questo modo si possono distinguere le sequenze veramente casuali (random) da quelle artefatte. Chi froda, infatti, sembra essere restio a scrivere sequenze fittizie che contengano serie di eventi uguali troppo lunghe, per evitare eventi considerati "poco probabili". Un'occhiata veloce alle varie sequenze consente di individuare quasi tutte quelle false.

In generale, gli esseri umani non riescono a capacitarsi del fatto che in una sequenza fortuita possano apparire combinazioni ricorrenti: "le persone sono bravissime a proiettare un senso su configurazioni del tutto prive di regolarità" [17, p. 241]. E così si torna alle ragioni dell'economia comportamentale.

Una situazione, anch'essa affatto controintuitiva e che presenta un'evidente analogia con la precedente, riguarda la distribuzione non uniforme della prima cifra – da 1 a 9 – di successioni di numeri presi a caso, cioè la curiosa legge di Benford, le cui molte interessanti proprietà e applicazioni sono discusse in [2].

Bibliografia

- [1] Luvison, A. (2013). "Apologia della ragione scientifica", *Mondo Digitale – Rassegna critica del settore ICT*, 45 (marzo), 1-28, http://mondodigitale.aicanet.net/2013-1/articoli/05_LUVISON.pdf (ultimo accesso febbraio 2018).
- [2] Luvison, A. (2014). "Apologia della ragione scientifica – II: strumenti per decidere", *Mondo Digitale – Rassegna critica del settore ICT*, 55 (dicembre), 1-31, http://mondodigitale.aicanet.net/2014-7/articoli/03_Apologia_della_ragione_scientifica_II.pdf (ultimo accesso febbraio 2018).
- [3] Odifreddi, P. (2017). "Due più due fa cinque", *Le Scienze*, 590 (ottobre), 18.
- [4] Strumia, A. (2017). *Percorsi interdisciplinari della logica*, Sisri-Edusc.
- [5] Poundstone, W. (2008). *Gaming the Vote: Why Elections Aren't Fair (and What We Can Do About It)*, Hill and Wang.
- [6] Sen, A. (2009). *The Idea of Justice*, The Belknap Press of Harvard University Press, <https://dutraeconomicus.files.wordpress.com/2014/02/amartya-sen-the-idea-of-justice-2009.pdf> (ultimo accesso febbraio 2018). Tr. it. (2010). *L'idea di giustizia*, Mondadori.
- [7] von Neumann, J. (1928). "Zur Theorie der Gesellschaftsspiele", *Mathematische Annalen*, 100, 1, 295–320, https://gdz.sub.uni-goettingen.de/id/PPN235181684_0100 (ultimo accesso febbraio 2018).
- [8] von Neumann, J., Morgenstern, O. (1953). *Theory Of Games and Economic Behavior* (terza edizione), Princeton University Press, <https://archive.org/details/theoryofgamesand030098mbp> (ultimo accesso febbraio 2018). [Prima edizione 1944].
- [9] Poundstone, W. (1993). *Prisoner's Dilemma*, Anchor Books.
- [10] McGrayne, S.B. (2012). *The Theory That Would Not Die: How Bayes' Rule Cracked the Enigma Code, Hunted Down Russian Submarines, and Emerged Triumphant from Two Centuries of Controversy*, Yale University Press.
- [11] Tucker, A.W. (1950) A two-person dilemma, Stanford University, disponibile in Rasmusen, E. (2016). *Readings in Games and Information*, 14 aprile, <http://www.rasmusen.org/GI/reader/rcontents.htm> (ultimo accesso febbraio 2018).
- [12] Schelling, T.C. (1960). *The Strategy of Conflict*, Harvard University Press.
- [13] Rosenthal, R.W. (1981), "Games of perfect information, predatory pricing and the chain-store paradox", *Journal of Economic Theory*, 1 (agosto), 92-100.
- [14] McKelvey, R.D., Palfrey, T.R. (1992). "An experimental study of the centipede game", *Econometrica*, 4 (luglio), 803-836, http://teamcore.usc.edu/yangrong/reading_group/FiguresPapers/1992-McKelvey_Palfrey-centipede.pdf (ultimo accesso febbraio 2018).
- [15] Fey, M., McKelvey, R.D., Palfrey, T.R. (1996). "An experimental study of constant-sum centipede games", *International Journal of Game Theory*, 3 (settembre), 269-287.
- [16] Kahneman, D. (2012). *Pensieri lenti e veloci*, Mondadori.

- [17] Lewis, M. (2017). *Un'amicizia da Nobel. Kahneman e Tversky, l'incontro che ha cambiato il nostro modo di pensare*, Raffaello Cortina Editore.
- [18] Thaler, R.H. (2018). *Misbehaving. La nascita dell'economia comportamentale*, Einaudi, 2018.
- [19] Kreps, D.M. (1993). *Corso di microeconomia*, il Mulino – Prentice Hall International.
- [20] Katz, M.L., Rosen, H.S., Bollino, C.A., Morgan, W. (2015). *Microeconomia* (quinta edizione), McGraw-Hill Education.
- [21] Cabral, L.M.B. (2017). *Introduction to Industrial Organization* (seconda edizione), MIT Press.
- [22] Pindyck, R.S., Rubinfeld, D.L. (2018). *Microeconomia* (nona edizione), Pearson.
- [23] Easley, D., Kleinberg, J. (2010). *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly, Connected World*, Cambridge University Press.
- [24] Kim, S. (2014). *Game Theory Applications in Network Design*, Information Science Reference.
- [25] Maffei, R. (2013). "Teoria dei giochi ed applicazione all'Ingegneria dell'Informazione", Tesi di laurea triennale in Ingegneria dell'Informazione (anno accademico 2012-2013), Università di Padova, <http://tesi.cab.unipd.it/42568/1/Tesi.pdf> (ultimo accesso febbraio 2018).
- [26] Scantaburlo, M. (2013). "Classificazione delle tecniche di condivisione delle risorse tramite teoria dei giochi in reti di nuova generazione", Tesi di laurea triennale in Ingegneria dell'Informazione (anno accademico 2012-2013), Università di Padova, http://tesi.cab.unipd.it/42569/1/Tesi_Scantaburlo_Marco.pdf (ultimo accesso febbraio 2018).
- [27] Altman, E., *et al.* (2006). "A survey on networking games in telecommunications", *Computers & Operations Research*, 2 (febbraio), 286-311, <https://www-sop.inria.fr/members/Eitan.Altman/PAPERS/srvUpdate.pdf> (ultimo accesso febbraio 2018).
- [28] Pavlidou, F.-N., Koltsidas, G. (2008). "Game theory for routing modeling in communications networks – A survey", *Journal of Communications and Networks*, 3 (settembre), 268-286.
- [29] Delgosha, P., Gohari, A., Akbarpour, M. (2017). "High-probability guarantees in repeated games: Theory and applications in information theory", *Proceedings of the IEEE*, 2 (febbraio), 189-204.
- [30] Akyol, M., Langfort, C., Başar, T. (2017). "Information-theoretic approach to strategic communications as a hierarchical game", *Proceedings of the IEEE*, 2 (febbraio), 205-218.
- [31] AA. VV. (2018). "Special Report: Blockchain World", *IEEE Spectrum*, 10 (ottobre), 20-57, <https://spectrum.ieee.org/static/special-report-blockchain-world> (ultimo accesso febbraio 2018).

- [32] Rosic, A. (2017). "What is cryptocurrency game theory: A basic introduction", 9 agosto, <https://blockgeeks.com/guides/cryptocurrency-game-theory/> (ultimo accesso febbraio 2018).
- [33] Braess, D, *et al.* (2005). "On a paradox of traffic planning", *Transportation Science*, 4 (novembre), 446–450, <http://homepage.rub.de/Dietrich.Braess/Paradox-BNW.pdf> (ultimo accesso febbraio 2018). [L'articolo originale in tedesco è del 1968].
- [34] Roughgarden, T. (2006). "On the severity of Braess's Paradox: Designing networks for selfish users is hard", *Journal of Computer and System Sciences*, 5 (agosto), 922–953, https://math.la.asu.edu/~dieter/courses/Math_Method_Complexity/designing_Braess_paradox_2006.pdf (ultimo accesso febbraio 2018).
- [35] Alvarez, J. (2015). "Want less traffic? Build fewer roads!", *Plus Magazine*, 3 settembre, <https://plus.maths.org/content/want-less-traffic-build-fewer-roads> (ultimo accesso febbraio 2018).
- [36] Merlone, U., Dal Forno, (2016). A. *The Braess Paradox*, 2 febbraio, <https://www.youtube.com/watch?v=u1Gx-9AqNdg> (ultimo accesso febbraio 2018).
- [37] Surowiecki, J. (2005). *The Wisdom of Crowds*, Anchor Books, 2005.
- [38] Nagurney, A. (2010). "The negation of the Braess paradox as demand increases: The wisdom of crowds in transportation networks", *Europhysics Letters*, 4 (agosto), 48002, p1-p5, <https://supernet.isenberg.umass.edu/articles/NegationoftheBraessParadox.pdf> (ultimo accesso febbraio 2018).
- [39] Roffinella, D., Luvison, A. (2019). "Generalization and limits of Braess's paradox in network routing", in preparazione.
- [40] Sen, A. (2008). "The idea of justice", *Journal of Human Development*, 3 (18 agosto), 331-342.
- [41] Szpiro, G.G. (2013). *La matematica della democrazia. Voti, seggi e parlamenti da Platone ai giorni nostri*, Bollati Boringhieri.
- [42] Odifreddi, P. (2018). *La democrazia non esiste. Critica matematica della ragione politica*, Rizzoli.
- [43] Gibbard, A. (1973). "Manipulation of voting schemes: A general result", *Econometrica*, 4 (luglio), 587-601.
- [44] Satterthwaite, M.A. (1975). "Strategy-proofness and Arrow's conditions: Existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare", *Journal of Economic Theory*, 2 (aprile), 187-217.
- [45] Downing, D. (2016). "The Arrow theorem and median voting", 31 luglio, <https://douglasadowning.wordpress.com/2016/07/31/the-arrow-theorem-and-median-voting/> (ultimo accesso febbraio 2018).
- [46] Sen, A. (1999). "The possibility of social choice", *American Economic Review*, 3 (giugno), 349-378, http://www.suz.uzh.ch/dam/jcr:fffff-df42-7cac-0000-00006e1201f6/Sen_5.pdf (ultimo accesso febbraio 2018).

- [47] Sen, A. (1970). "The impossibility of a Paretian liberal", *Journal of Political Economy*, 1 (gennaio-febbraio), 152-157, <https://dash.harvard.edu/handle/1/3612779> (ultimo accesso febbraio 2018).
- [48] Luvison, A. (2016). "Il sistema elettorale in vigore negli Usa è un relitto del passato", lettera a *Il Sole 24 Ore* con risposta di Galimberti, F., 315 (16 novembre), 34, <http://www.ilsole24ore.com/art/commenti-e-idee/2016-11-16/il-sistema-elettorale-vigore-usa-e-relikto-passato-064138.shtml?uuid=ADC1IVvB> (ultimo accesso febbraio 2018).
- [49] Luvison, A. (2017). "L'ecosistema dell'innovazione digitale: analisi critica", *AEIT*, 3/4 (marzo/aprile), 6-27, http://www.aeit.it/aeit/edicola/aeit/aeit2017/aeit2017_02_cisa/aeit2017_02_riv.pdf (ultimo accesso febbraio 2018).
- [50] Nichols, T. (2018). *La conoscenza e i suoi nemici. L'era dell'incompetenza e i rischi per la democrazia*, LUISS University Press.
- [51] Recchioni, R. (2018). *La fine della ragione*, Feltrinelli.
- [52] Simonetti, L. (2018). *La scienza in tribunale. Dai vaccini agli Ogm, da Di Bella al terremoto dell'Aquila: una storia italiana di orrori legali e giudiziari*, Fandango.
- [53] Bassetti T., Luvison, A. (2019). "Apologia della ragione scientifica – IV: dilemmi di scelta ed etica dell'IA", *Mondo Digitale – Rassegna critica del settore ICT*, in preparazione.
- [54] Moscovich, I. (2015). *Matemagica. Il grande libro dei giochi. Enigmi, indovinelli e rompicapi per allenare la mente divertendosi*, Rizzoli.
- [55] Hobson, N. (2008). "Solution to puzzle 82: Consecutive heads", aprile, <http://www.qbyte.org/puzzles/p082s.html> (ultimo accesso febbraio 2018).

Biografie

Thomas Bassetti è professore associato di Politica Economica presso l'Università degli Studi di Padova (Dipartimento di Scienze Economiche e Aziendali "Marco Fanno"), dove insegna "Macroeconomia", "Monetary and Fiscal Policy" e "Economics of Human Capital". Dopo aver conseguito la laurea in Economia e Commercio presso l'Università degli Studi di Pisa, ha passato un periodo di ricerca come Honorary Fellow alla Wisconsin University at Madison per poi tornare in Italia e concludere il dottorato di ricerca in Economia Politica, sempre a Pisa. Tra le sue pubblicazioni troviamo riviste internazionali come: *Journal of Socio-Economics*, *Environmental and Resource Economics*, *Economic Inquiry*, *Journal of Family Business Strategy* e *Applied Economics*. I suoi attuali interessi di ricerca riguardano soprattutto l'economia ambientale e il finanziamento delle campagne elettorali.

Email: thomas.bassetti@unipd.it

Angelo Luvison è ingegnere elettronico (Politecnico di Torino) dal 1969, con successivi perfezionamenti in teoria statistica delle comunicazioni al MIT e in management aziendale all'INSEAD-CEDEP di Fontainebleau. Per oltre trent'anni in CSELT, ha svolto e diretto ricerche in teoria delle comunicazioni, reti di fibre ottiche ad alta velocità, società dell'informazione, anche nell'ambito di progetti cooperativi internazionali. È stato professore di "Teoria dell'Informazione e della Trasmissione" all'Università di Torino. Ha ricoperto la posizione di segretario generale dell'AEIT. È stato consulente per la formazione permanente dei dirigenti d'azienda. Detiene sette brevetti e, tra saggi e articoli scientifici e divulgativi, è autore, o coautore, di oltre 200 lavori, uno dei quali è stato ripubblicato (2007) nel volume celebrativo *The Best of the Best: Fifty Years of Communications and Networking Research* della IEEE Communications Society. È Life Member dell'IEEE e membro del Comitato scientifico di *Mondo Digitale*. Si occupa e scrive di temi di innovazione per l'informatica e le telecomunicazioni.

Email: angelo.luvison@alice.it; angelo.luvison@gmail.com