Teoria dell'informazione, scommesse, giochi d'azzardo

Angelo Luvison

Claude E. Shannon ha trasformato l'"informazione" da una vaga idea in un concetto matematicamente definito, con una precisa grammatica, indipendente dal significato dell'informazione stessa. I suoi lavori sono oggi comunemente ritenuti, non solo da esperti dell'ICT, equivalenti a una "rivoluzione copernicana" che ha innescato un passaggio epocale dalle comunicazioni analogiche a quelle digitali, determinando la nascita e lo sviluppo della Società dell'Informazione. L'articolo presenta una panoramica di applicazioni poco note, basate su metodi matematici e computazionali della teoria dell'informazione, in mondi quali azzardo e scommesse, investimenti finanziari, giochi cooperativi.

Keywords: Teoria di Shannon, Primo wearable computer, Criterio di Kelly, Formula della fortuna, Giochi d'azzardo, Mercati azionari

1. Inquadramento e introduzione al contesto

La teoria dell'informazione – "creata" da Claude E. Shannon negli anni 40 del secolo scorso – costituisce un *corpus* scientifico-tecnico fondamentale che ha dato luogo a innumerevoli applicazioni nelle telecomunicazioni e nell'informatica. Le tecnologie, i sistemi, i servizi realizzati permeano in modo sempre più pervasivo l'auspicata, o temuta, Società dell'Informazione. Tutto questo è ben noto agli esperti e agli operatori dell'ICT (*Information and Communications Technology*), com'è abbondantemente documentato nella letteratura specialistica sulla materia. Molti esperti ritengono che questi lavori rappresentino nel loro insieme una "rivoluzione copernicana" – o di cambiamento di paradigma secondo l'accezione di Thomas Kuhn – e che, quindi, gli studi successivi forniscano solo glosse a piè di pagina alla teoria di Shannon. Per una panoramica sulla nascita della disciplina, nonché sulla sua rilevanza e influenza, si può vedere la tesi di laurea M.Sc. di Erico Guizzo [9].

Meno note, benché sufficientemente documentate, sono le sue applicazioni al campo dell'azzardo, quali giochi e scommesse, investimenti in Borsa, che alcuni dei protagonisti di queste vicende hanno praticato, ma che, nella letteratura scientifica ufficiale, sono state mantenute parzialmente sotto traccia. Per esempio, nel volume *Claude Elwood Shannon: Collected Papers* se ne parla solo nell'ampia intervista rilasciata da Shannon alla rivista *Omni* nel 1987 [18].

Il quadro non può quindi essere considerato completo se non si considerano anche gli aspetti che hanno caratterizzato ricerche e applicazioni di alcuni protagonisti della teoria dell'informazione, oltre a Shannon stesso: John L. Kelly, Jr., Elwyn Berlekamp, Thomas M. Cover, ai quali occorre aggiungere il matematico Edward O. Thorp. Per esempio, Thorp e Shannon nel 1956 realizzarono nel garage di Shannon il primo *wearable computer* (si noti che il significato di *wearable* – portabile, indossabile – è diverso da "portatile"), per predire i risultati della roulette in termini probabilistici [23].

Kelly, stimato ricercatore dei Bell Telephone Laboratories dell'AT&T Corp. (American Telephone and Telegraph Corporation) e pioniere nell'elaborazione del segnale vocale[1], cercò di pubblicare sul *Bell System Technical Journal* un articolo inizialmente giudicato imbarazzante dal suo management. Con il titolo proposto di *Information theory and gambling*, il lavoro trattava, infatti, di come massimizzare la probabilità di vincere alle corse ippiche e sportive, usando i concetti base della teoria dell'informazione: entropia, canale, capacità, ottimizzazione. Dopo l'apporto, di editing e di sostanza, da parte di Shannon, l'articolo venne pubblicato nel 1956 con il più asettico titolo di *A new interpretation of information rate* [11].

A molti esperti del settore divenne però rapidamente chiaro che investitori e analisti potevano usare il criterio di Kelly per studiare l'andamento dei mercati azionari e ottimizzare un portafoglio di titoli [22]. Fra questi Shannon e, soprattutto, Thorp e Berlekamp hanno fruito di ritorni economici significativi dai loro investimenti finanziari. Berlekamp è considerato degno seguace di Shannon per gli articoli scientifici, in parte scritti con Shannon stesso e, quindi, ristampati in [18]. Thorp si è anche dedicato, per anni, al gioco del blackjack utilizzando insieme il conteggio probabilistico delle carte e la formula di Kelly [21].

Nel corso del tempo vi è stata anche una vibrante polemica contro il criterio di Kelly da parte di professori di finanza e di economia quantitativa, seguaci del pensiero più ortodosso. Tuttavia, i fallimenti finanziari degli ultimi anni trovano almeno una parziale spiegazione nell'applicazione di modelli

[1] Kelly, considerato ai Bell Labs il più brillante ricercatore dopo Shannon, morì prematuramente d'infarto nel 1965 all'età di 42 anni.

eccessivamente meccanicisti e rigidi, che sottovalutano la probabilità di accadimento di eventi rari e catastrofici – "di coda" – considerati dai più altamente improbabili, quasi impossibili. È il problema del Cigno nero, per dirlo nel modo in cui lo ha popolarizzato Nassim N. Taleb nel suo omonimo bestseller [20].

Di Shannon sono altresì noti l'aspetto ludico e l'interesse per i giochi in senso lato: scacchi, *juggling* (giocoleria), monociclo, labirinto. Questa attenzione è ben documentata da molti degli articoli raccolti in [18]. Ma, solo recentemente si è scoperta una connessione fra i codici rivelatori e correttori di errori (un'importante branca della teoria dell'informazione) e il gioco detto dei "prigionieri dai cappelli colorati". Si tratta di prigionieri in fila che, per avere salva la vita, devono indovinare il colore del proprio cappello, casualmente rosso oppure blu, senza poterlo vedere. Utilizzando un opportuno algoritmo si possono salvare tutti con certezza, tranne l'ultimo della fila, che, pur dovendo parlare per primo, ha tuttavia ancora il 50% di probabilità di sopravvivenza. Sembra che il problema sia stato presentato per la prima volta da Sara Robinson, giornalista del *New York Times*, nel 2001 [17].

Questi avvenimenti si ripercorreranno qui in modo prevalentemente descrittivo con un minimo dell'apparato tecnico-specialistico[2]. Si presenteranno casi relativamente semplici, lasciando ai testi della bibliografia generalizzazioni e approfondimenti analitici. In particolare, capitoli del manuale di Cover sulla teoria dell'informazione [6] e del testo di Tijms sulla probabilità [24] trattano in modo matematicamente rigoroso dell'applicazione del criterio di Kelly a giochi d'azzardo e investimenti finanziari. Peraltro, si può fin d'ora evidenziare il legame con due concetti fondamentali della teoria: 1) l'entropia come misura dell'incertezza, 2) la rivelazione e la correzione degli errori; come pure si manifestano insospettabili analogie tra problemi applicativi in origine molto diversi. Poiché i fondamenti della materia trattata provengono dalla teoria della probabilità e dalla teoria dell'informazione, l'articolo sarà anche un'occasione per puntualizzare e utilizzare la terminologia con il rigore necessario.

Questo excursus non intende spiegare – l'autore non ne avrebbe né la competenza né l'autorità – le vicende economiche degli ultimi quindici anni: fallimento di fondi d'investimento nordamericani, scoppio della bolla speculativa della New Economy, ripetuti crolli finanziari e recessioni dopo il 2007. Meno che mai si prefigge l'obiettivo di dare consigli e raccomandazioni di *policy* o come affrontare in modo strategico scommesse, giochi, mercati azionari. Per correttezza, l'autore sente l'obbligo di dichiarare, in modo netto e chiaro, la propria pressoché totale avversione al rischio finanziario e per ogni forma di gioco d'azzardo. Il suo interesse nella materia scaturisce da semplice curiosità intellettuale.

---

[2] Molte di queste vicende sono documentate nell'affascinante volume divulgativo del giornalista William Poundstone [16], al quale si rinvia per una narrazione aneddotica e circostanziale, e dal quale, se non altrimenti specificato, sono ripresi i fatti di carattere più episodico riportati nel seguito.

2. Primo *wearable computer* contro roulette a Las Vegas

Shannon è stato inventore prolifico, poliedrico, di ingegno leonardesco; il garage della sua casa era zeppo di congegni e apparati elettronici, elettrici, meccanici, da lui stesso realizzati. Oltre ad aver concepito la teoria dell'informazione, Shannon ha iniziato con la tesi di laurea di master la disciplina del progetto dei circuiti logici, si è occupato di elaboratori in generale, e ha scritto un articolo anticipatorio sul computer che gioca a scacchi. Ha costruito un topo-robot in grado di muoversi in un labirinto e, da giocoliere dilettante, ha studiato gli aspetti scientifici della tecnica di base, la giocoleria.

Thorp incontrò Shannon al MIT nel 1959 allo scopo di discutere il metodo del conteggio delle carte nel blackjack; ma la conversazione rapidamente volse su altri giochi e in particolare sulla roulette. Shannon restò affascinato e stimolato dall'argomento. Dopo poco tempo si rincontrarono entrambi a casa di Shannon, il cui seminterrato era l'ambiente perfetto per esperimenti sulla roulette.

Thorp e Shannon effettuarono l'analisi di una roulette professionale, acquistata a Reno per 1.500 dollari. Essi svilupparono una tecnica per cercare di prevedere il momento in cui la pallina lanciata dal croupier sarebbe caduta in una delle buche dello statore. Una roulette, infatti, non è mai perfettamente equilibrata e ben livellata; inoltre, il risultato può dipendere dalle modalità di lancio da parte del croupier.

L'idea di base era di realizzare un modello matematico del sistema dinamico rotore-pallina: misurandone velocità e posizione, si sarebbero potuti stimare la traiettoria della pallina e, quindi, il presumibile punto di arrivo della stessa.

Dal novembre 1960 fino al giugno 1961, progettarono e costruirono il primo computer analogico "portabile" o "indossabile" (*wearable*), dalle dimensioni di un pacchetto di sigarette e che poteva stare in una tasca. Il dispositivo, contenente dodici transistor, riceveva dati da (micro)interruttori azionati dalle scarpe, mentre un interruttore inizializzava il computer e un altro sincronizzava i tempi della pallina e del rotore della roulette. Le previsioni del computer erano riprodotte via radio, tramite la scala di otto note musicali, all'auricolare in miniatura nascosto nell'orecchio del collaboratore. La nota in cui si fermava individuava uno degli otto segmenti (gli "ottanti") dove la pallina avrebbe avuto la maggiore probabilità di finire. Con questa tecnica si poteva predire ogni singolo numero con una deviazione standard di 10 buche. I due stimarono che, con il sistema degli ottanti e un modesto grado di imperfezione della roulette, avrebbero avuto un vantaggio del 44% rispetto al banco. Thorp e Shannon optarono per scommettere su di un ottante piuttosto che sui singoli numeri; Shannon riteneva, infatti, che di fronte a n opzioni occorresse un tempo proporzionale a $\ln(n)$ per prendere la decisione.

Il computer fu messo alla prova a Las Vegas nell'estate del 1961. Il viaggio dal punto di vista della verifica di fattibilità funzionale del sistema fu un successo. Successo però parziale, dal momento che i fili dell'auricolare si rompevano di frequente, richiedendo noiose riparazioni; inoltre, l'auricolare tendeva a saltar fuori dall'orecchio.
Shannon sottolineò la necessità di mantenere segreta l'iniziativa spiegando a Thorp che una ricerca sperimentale aveva dimostrato come due individui qualsiasi negli USA fossero mediamente connessi da una catena di tre amici. Presumibilmente, si riferiva a un lavoro di Ithiel de Sola Pool, professore di scienze politiche al MIT, piuttosto che al ben noto studio – del 1967 – di Stanley Milgram, lo psicologo di Harvard che sviluppò la teoria dei "sei gradi di separazione". Alcuni nodi della rete sociale avrebbero potuto, infatti, mettere in relazione i ricercatori del MIT ai boss dei casinò di Las Vegas. Questa esperienza venne mantenuta segreta fino al 1966 quando Thorp ne parlò nel suo libro *Beat the Dealer* [21].
La fine (?) della storia è di nuovo raccontata da Thorp [23]. Nel 1985, lo Stato del Nevada approvò come misura d'emergenza una legge sul blackjack e sui dispositivi di roulette. La legge proibiva l'uso o il possesso di qualsivoglia dispositivo per predire risultati, analizzare probabilità di avvenimenti per giocare o scommettere, nonché tenere traccia delle carte uscite. Thorp si rammarica con ironia che "i discendenti del primo computer portabile erano così potenti da dover essere messi fuorilegge".
Shannon e Thorp non si interessarono più del marchingegno per vincere alla roulette: era bastato loro dimostrare la fattibilità del sistema.

3. La formula della fortuna

Fin dagli anni 1950, Thorp si era accorto che nel blackjack (chiamato anche "Ventuno") il vantaggio del banco cambiava in relazione alle carte già distribuite. L'essere in grado di tenere a mente le carte poteva trasformare il vantaggio del mazziere (il *dealer*) in un margine modesto ma positivo per il giocatore. Su consiglio di Shannon, Thorp associò la formula, o criterio, di Kelly alla gestione strategica di tale vantaggio.
Benché l'impostazione matematica sia probabilmente frutto della reale collaborazione fra Kelly e Shannon, l'articolo [11] sull'argomento è solamente firmato dal primo. Come detto nell'introduzione, una versione precedente, che citava esplicitamente scommesse ippiche e informazioni riservate, era stata rifiutata dalla direzione dell'AT&T, proprietaria dei Bell Labs, comprensibilmente restia a pubblicizzare il fatto che gli allibratori rappresentassero una porzione non trascurabile dei clienti della sua rete telefonica. Shannon si ritagliò il ruolo di anonimo revisore interno e aiutò Kelly a preparare una versione del lavoro dal lessico più neutro.
Ma qual è la formulazione-base della teoria? Si supponga di avere l'occasione di investire nella prospettiva o di raddoppiare a ogni giocata la posta o di perdere la quota scommessa. Si assuma, inoltre, che la probabilità dell'evento favorevole sia p, che il capitale iniziale sia W_0 e che si possa ripetere l'investimento più volte. Quanto si dovrebbe investire ogni volta? Il criterio matematico, fulcro del metodo, ha l'obiettivo di massimizzare il logaritmo del valore attuale della somma posseduta.

La situazione richiama, per esempio, una partita di blackjack con un giocatore che è in grado di tenere mentalmente traccia delle carte uscite e quindi della composizione di ciò che rimane del mazzo. In questo modo, il giocatore può avere, in media, circa un 50,75% di sorte benigna di vincere una mano, cioè p = 0,5075 [13]. La decisione strategica riguarda la posta da puntare ogni volta in questo scenario favorevole.
Kelly, seguendo l'impostazione di Shannon per la teoria dell'informazione, definì il tasso d'interesse della buona sorte dell'investitore con il criterio di utilità logaritmica

$$G = \lim_{N \to \infty} \log(W_N / W_0)$$

dove W_N è la ricchezza dopo N prove successive[3]. Se f è la porzione di capitale investito (o scommesso) in una giocata, il giocatore desidera trovare il valore f^* di f, che massimizza G. Se lo scommettitore vince, il suo capitale cresce del fattore $1 + f$; se perde, il fattore è $1 - f$. Con qualche semplice passaggio algebrico (vd., per esempio, [13, 24]), si dimostra che bisogna massimizzare

$$G(f) = p \log(1 + f) + q \log(1 - f), \text{ dove } q = 1 - p$$

Il valore ottimo di G si ha per

$$f^* = 2p - 1 = p - q$$

dove si assume implicitamente che $p > 0{,}5$ (se $p \leq 0{,}5$, il valore ottimo corrisponde a $f^* = 0$). Il tasso di crescita per la strategia di scommessa di Kelly risulta perciò

$$G^* = G(f^*) = p \log p + q \log q + \log 2$$

Nel caso del blackjack e se p = 0,5075, il giocatore dovrebbe scommettere l'1,5% del capitale totale ogni mano. I professionisti del gioco effettivamente utilizzano questa regola o varianti di essa. Anche se esponenziale, la crescita del capitale è, tuttavia, molto lenta e per raddoppiare il capitale iniziale occorrono quasi 6.500 mani [13]: ci vuole molta pazienza per arricchirsi con il blackjack.
In generale, l'ammontare di una singola vincita (in inglese *payoff odds*[4]) si indica con b: si vincono b euro più l'euro scommesso; invece una perdita

[3] I logaritmi qui sono neperiani, cioè in base e.
[4] Si ritiene utile un chiarimento terminologico. Probabilità e *odds* (quote) sono due rappresentazioni, o forme, diverse ma matematicamente equivalenti per valutare la possibilità che un determinato evento accada. Si consideri, per esempio, il caso di due assi estratti da un mazzo di 52 carte. La probabilità di questo evento congiunto è P = 4/52 x 3/51 = 1/221 = 0.45%. Il risultato indica che, statisticamente, una volta su 221 capita la coppia d'assi. Tuttavia, soprattutto nei giochi d'azzardo, si preferisce capovolgere il rapporto probabilistico e dire che le possibilità contrarie rispetto a quelle favorevoli sono di 221 meno 1, cioè di 220 a 1, ossia che le quote sono uguali a 220:1. Statisticamente, per ogni 220 casi sfavorevoli ce ne sarà uno favorevole.
Per un evento con probabilità di 2/3, le quote sono di 2 a 1 (2:1), mentre, per un evento di probabilità 3/10, le quote sono 3:7. In generale, una remunerazione di r a 1 significa che si

corrisponde a –1 euro. Il guadagno atteso (*edge*) è perciò $bp - q$, e la frazione f^* da scommettere secondo Kelly diventa

$$f^* = (bp - q)/b = \text{guadagno atteso/ammontare vincita} = \text{edge/odds}$$

Se $b = 1$, il giocatore, a ogni vincita, riceve 1 euro (oltre alla sua posta) per 1 euro scommesso, e si ritorna alla relazione precedente $f^* = 2p - 1 = p - q$.

Il ventaglio delle possibilità offerte dalla formula modulando i tre parametri p, q e b è utilizzabile in numerose situazioni. Il vantaggio o margine (edge) può derivare da un wearable computer nella roulette, da una soffiata sicura alle corse ippiche, da fiuto e perspicacia o da informazioni riservate in Borsa, dal conteggio delle carte nel blackjack. Nelle lotterie tradizionali il vantaggio è estremamente piccolo, quasi insignificante: ecco perché non conviene, secondo la mera razionalità, comprarne i biglietti.

È opportuno sottolineare che il criterio di Kelly indica un approccio strategico ottimale a lungo termine per ottimizzare la crescita del capitale, purché la valutazione del margine sia corretta. Il concetto è tuttavia inutile se non si può determinare con sufficiente precisione il vantaggio di cui si può fruire. La strategia di scommessa (l'accorta gestione del denaro o il quanto scommettere f^*) è altra cosa rispetto al vantaggio nel gioco (dove scommettere) che si può avere, per esempio, con il potenziale 50,75% di buona sorte nel blackjack. Naturalmente, la formula edge/odds è priva di valore se non esiste un vantaggio positivo permanente ($bp > q$) [5].

Legame con la capacità e l'entropia di un canale di comunicazione

La bellezza e l'eleganza della formula stanno nella sua equivalenza matematica con la relazione della capacità, la velocità massima di trasferimento dell'informazione, di un canale binario simmetrico (CBS). Per la teoria di Shannon, questa capacità C_{CBS} risulta

$$G^* = C_{\text{CBS}} = 1 + p \log p + q \log q = R_{\max}$$

(qui si considerano i logaritmi in base due). Introducendo l'entropia della sorgente

$$H = -\, p \log p - q \log q$$

si ha anche

$$G^* = C_{\text{CBS}} = 1 - H = R_{\max}$$

---

ricavano $r + 1$ euro da ogni euro scommesso in caso di vincita, altrimenti si perde la posta giocata.

[5] Se $bp < q$, essendo il margine negativo, conviene non scommettere. Non vi è modo (onesto) di volgere una situazione con margine negativo in una vantaggiosa. È il tipico scenario favorevole al banco oppure a un allibratore. Persino quando $bp > q$, una non oculata gestione del gruzzolo – cioè non "alla Kelly" – può condurre il giocatore alla rovina.

Il tasso di crescita G è il tasso di ritorno composto dell'investimento iniziale da parte dello scommettitore. Il suo massimo G^* è interpretabile come una capacità, cioè la velocità massima R_{max} di trasferimento dell'informazione R.

Il modello di Kelly può essere ricapitolato come segue. Si ha una successione di opportunità di scommesse favorevoli. A ogni scommessa, si può scommettere potenzialmente qualsiasi cifra fino alla somma correntemente disponibile. Le quote sono b a 1: nel caso di vincita, il giocatore riceve $b + 1$ volte la quantità scommessa, altrimenti, perde la posta giocata. La probabilità di vincita p può essere inferiore a ½, ma è importante che il prodotto bp sia maggiore di q (scommessa favorevole). Con il criterio di Kelly si punta ogni volta la stessa frazione $f^* = (bp - q)/b$ della somma disponibile.
Thorp, dopo avere coniato la locuzione "formula della fortuna" (*fortune's formula*) per il criterio, ha sviluppato una strategia propria per vincere al blackjack [21], poi applicata agli investimenti finanziari [22]. Per qualche anno ha continuato a occuparsi del blackjack e fino a oggi – professionalmente e con molto successo – di investimenti in Borsa.
Shannon fu sempre molto attento alla gestione del suo portafoglio azionario. Shannon riconosce (vd. [16] e la citata intervista a *Omni* in [18]) di avere avuto ritorni positivi non solo con le azioni della Teledyne ma anche con quelle di Hewlett Packard, Motorola e di molte altre aziende high tech. Aggiunge di avere fatto ricerche sulla teoria delle azioni e del mercato azionario, purtroppo mai pubblicate, in particolare, le *lecture notes*, frutto di un suo seminario tenuto al MIT (primi anni 1960). Shannon attribuisce l'esito positivo dei suoi investimenti azionari tanto agli strumenti matematici quanto ai buoni consigli di amici, ma ammette che il capitale umano e i prodotti e servizi in cui si investe hanno un ruolo ancora più importante.
Berlekamp, insieme con altri colleghi di formazione scientifica, ha utilizzato il criterio ottenendo significativi risultati [16]. La scarsa eco mediatica del loro successo è presumibilmente legata alla riluttanza a divulgare in pubblico i particolari dei modelli utilizzati. Anche di Warren Buffett, imprenditore e uomo d'affari di successo, è noto il buon *feeling* con il criterio di Kelly, giudicato un approccio "molto razionale".

4. Economisti finanziari ortodossi *vs.* eretici

Se il metodo di Kelly è così allettante, perché non piace alla maggior parte degli economisti ortodossi? Nonostante anni di successi anche a Wall Street, la formula è stata icasticamente bollata come "una fallacia" da celebri accademici nordamericani [16]. Molto attivi nella polemica sono stati il premio Nobel (1970) Paul Samuelson e tutta la sua scuola. Peraltro, è da ricordare il fallimento nel 1999 del fondo speculativo *Long Term Capital Management* (LTCM), in cui erano coinvolti Myron Scholes e Robert C. Merton, due discepoli di Samuelson, anch'essi premi Nobel (1997) e autori con Fischer Black (morto nel 1995) della famosa – o famigerata – formula di Black-Scholes per valutare il prezzo delle opzioni finanziarie.
Accademici e operatori finanziari utilizzano prevalentemente l'approccio della media-varianza basato sull'ipotesi dell'efficienza del mercato

(*efficient-market hypothesis*). Il sovrastante prestigio del mainstream economico-finanziario, allineato alla visione dominante, fa sì che gli investitori comuni raramente siano informati dell'approccio di Kelly, alternativo a quello del mercato efficiente. Nel sostenere la validità del criterio di Kelly, *rara avis* è l'economista (anch'egli accademico e Nobel) Harry Markowitz che, paradossalmente, è stato il primo a proporre il metodo della media-varianza.
Il caso della crisi finanziaria incominciata nel 2007, seguita dalla stagnazione e poi dalla recessione economica tuttora in evoluzione, è emblematico. La complessità della situazione che si è successivamente determinata implica chiavi di lettura molteplici, ognuna delle quali è, tuttavia, solo parziale[6]. Il sistema economico-finanziario è un sistema globalizzato e multidimensionale, complesso e caotico nell'accezione della scienza dei sistemi, caratterizzato da una concatenazione di fattori di criticità assai più numerosi di quelli sommariamente ricordati. Stante questa fragilità sistemica, l'effetto-domino che si manifesta di tanto in tanto in una rete formata da strette interconnessioni a maglia non dovrebbe sorprendere.
Pochi sono stati in grado di pronosticare l'arrivo e la forza d'urto dell'attuale crisi economica o di predire eventi di questo tipo, presunti rari o inattesi, ma in genere catastrofici. Infatti, quasi tutti i modelli economico-matematici tendono a stimare eventi rischiosi sulla base di valori medi[7] e di probabilità eccessivamente basse. In altre parole si fa confusione fra il valore atteso ("in media tutto va bene") e uno scenario ("se si realizza sono dolori") che ha una probabilità non così piccola come si crede né, a maggior ragione, nulla. Anche terremoti, maremoti, tifoni, frane, alluvioni, ecc., non solo capitano ma, purtroppo, accadono con una frequenza assai superiore a quella attesa dai modelli statistici generalmente adottati. Di fronte all'apparente maggiore frequenza delle emergenze e di eventi eccezionali, possiamo concludere che l'unica certezza è che l'imprevedibile succede.
Nassim N. Taleb, l'iconoclasta autore del *Cigno nero* [20], sostiene insieme ad altri che i convenzionali manuali universitari sul management dei rischi non preparano alla realtà [19]. I manager finanziari commettono sei errori

[6] Può essere interessante ricordare quanto acutamente sottolineato dall'economista (ortodosso) Cristiano Antonelli [1]: "L'introduzione delle ICT appare sempre di più come parte di un generale processo di cambiamento strutturale delle economie avanzate, a sua volta legato alla radicale evoluzione della divisione internazionale del lavoro. […]. La transizione verso l'economia della conoscenza, a partire da un'economia industriale, comporta una significativa contrazione della domanda di beni capitali e degli investimenti, con effetti dinamici assai negativi anche nei confronti della domanda aggregata. […]. L'intensità di capitale della produzione di conoscenza è notoriamente contenuta. Tanto maggiore dunque l'intensità capitalistica di partenza (assai elevata nei Paesi a elevato tasso di industrializzazione) e tanto più accentuata sarà la contrazione del valore aggiunto, con effetti recessivi del tutto evidenti e tanto più gravi per i Paesi con elevato livello di indebitamento, sia pubblico che privato".
[7] Il dogma del valore medio porterebbe a concludere che, se uno ha un piede nel ghiaccio e l'altro in un camino acceso, si trova in una situazione pienamente confortevole. Così, una storiella un po' macabra racconta di un improvvido statistico annegato in un fiume con una profondità media di un metro, perché, pur non sapendo nuotare, si fidò della media senza tenere conto della varianza della profondità.

comuni nel confronto del rischio: 1) cercano di anticipare eventi caratterizzati da estrema criticità; 2) studiano il passato per avere indicazioni su cosa accadrà; 3) non accettano consigli su cosa fare e non fare; 4) utilizzano la deviazione standard (lo scarto rispetto al valor medio) per misurare il rischio; 5) non comprendono che rischi matematicamente equivalenti possano essere psicologicamente differenti; 6) credono che non si possano tollerare margini di ridondanza dato l'obiettivo di massimizzare il valore dell'impresa. Le organizzazioni che ignorano gli eventi del tipo Cigno nero (eventi, cioè, di bassa probabilità ma di forte impatto) saranno soggette a fallimenti. Invece di cercare di anticiparli, i manager responsabili dovrebbero, tuttavia, cercare di ridurre la vulnerabilità complessiva dei sistemi in cui operano[8].

Per una critica serrata, efficace e argomentata all'economia ortodossa e alla dottrina del mercato efficiente è importante anche la monografia *Il disordine dei mercati* di Benoît Mandelbrot (con Richard Hudson) sugli aspetti di rischio, rovina e redditività [15]. Non sorprende che in vari periodi Mandelbrot e Taleb, entrambi outsider dell'economia finanziaria, abbiano collaborato insieme sottolineando con forza le criticità della teoria standard.

Le deviazioni da uno schema totalmente aleatorio non vanno ignorate, poiché a volte possono rivelare leggi generali della natura e della società. Lavori fondamentali del nostro Vilfredo Pareto mostrano che molte distribuzioni probabilistiche seguono una "legge di potenza" [9], e non una gaussiana. In altri termini, insieme a molti eventi piccoli coesistono pochi eventi straordinariamente grandi. L'essenza di una distribuzione statistica che segue una legge di potenza è la proprietà di tenere conto naturalmente di eventi rari – come, i superricchi, i terremoti di grande magnitudo, le guerre mondiali o gli *hub* del Web (Google, Amazon, Yahoo!) – rivelando che esisterà sempre un piccolo numero di dati estremamente lontani dalla media. In altre parole, quando un fenomeno è governato da una legge di potenza, ci si deve sempre attendere l'occorrenza di casi anomali. Ciò significa che per ogni "Paperone" ci sono milioni di poveri ovvero che per ogni terremoto catastrofico ci sono miriadi di movimenti tellurici di poco conto.

L'illustrazione precedente – ipotesi gaussiana di media-varianza anziché legge di distribuzione paretiana o, più in generale, di potenza – fornisce una prima giustificazione (anche se non l'unica) dei clamorosi fallimenti ricorrenti. Infatti, per caratterizzare una distribuzione di probabilità, diversa dalla gaussiana, non bastano media (momento del primo ordine) e varianza

---

[8] Taleb vede un'analogia tra la concezione della "robustezza" che sarebbe necessaria nei sistemi economici e la dinamica con la quale gli organismi naturali si rafforzano per prevenire crisi e difficoltà. La natura, osserva Taleb, è organizzata in modo da reagire alla causa di un piccolo stress con un rafforzamento più che proporzionale dell'organismo, proprio in vista di eventuali stress maggiori. Questa dinamica genera una ridondanza che consente ai sistemi di migliorare le loro prestazioni di fronte all'imprevisto Cigno nero.

[9] La distribuzione di una variabile aleatoria X segue, per definizione, una legge di potenza se è governata dalla relazione $\Pr[X \geq x] \sim cx^{-\alpha}$, con costanti $c > 0$ e $\alpha > 0$. Una distribuzione di questa forma è caratterizzata da code molto più marcate di modelli quali le distribuzioni esponenziali o gaussiane. La legge di potenza diventa lineare se rappresentata su di un grafico doppio-logaritmico.

(momento del secondo ordine), ma occorrono momenti di ordine superiore, fatto ben noto a chi si occupa di valutazione di sistemi con disturbi stocastici (vedi, per esempio, [3, 4]). Un'altra causa è certamente legata a una seconda ipotesi semplicistica, e cioè che *l'homo oeconomicus* sia agente di decisioni prettamente razionali nel perseguire il proprio tornaconto. Questa ipotesi è stata scientificamente smentita dalle ricerche, anch'esse premiate con il Nobel, di Daniel Kahneman, e svolte in collaborazione con Amos Tversky. (Tversky purtroppo mancò prima di potere essere insignito del premio). I loro studi di psicologia cognitiva hanno dimostrato che i processi decisionali umani violano sistematicamente il supposto principio di razionalità [10], smentito anche dal fenomeno delle bolle economiche degli anni Novanta e di questo inizio secolo[10]. La teoria economica pertanto dovrà fare sempre più ricorso a modelli originati dalle scienze evoluzionistiche, dalle neuroscienze, dalla psicologia cognitiva.

Se l'ipotesi del mercato efficiente – fondata sulla media per valutare i ritorni finanziari e sulla varianza per stimare il rischio – è minata dalle fondamenta, resta da chiedersi perché il filone di studi "alla Kelly" sia stato ignorato, se non osteggiato, dalla dottrina accademica ortodossa. Il fatto è che i lavori basati sul suo criterio hanno dato origine a un *corpus* di articoli pubblicati in riviste scientifiche, sicuramente di prestigio, ma riguardanti discipline quali statistica, matematica, ingegneria delle telecomunicazioni (per una raccolta esauriente, vd. [14]). Una risposta parziale all'interrogativo potrebbe allora essere attribuita alla sindrome del *not invented here*, oltre che alla scarsa abitudine ad accettare pratiche interdisciplinari e a riconoscere ricerche di studiosi di altri settori.

In altre parole, gli economisti tradizionalisti difendono il loro territorio sostenendo l'approccio media-varianza, benché i loro modelli perdano valore esplicativo e interpretativo giorno dopo giorno, il che giustifica la chiosa che, se l'economia è scienza, così com'è concepita attualmente è scienza "molle", caratterizzata da un elevato grado di "futilità e vaghezza".

Vale la pena di ricordare che, contrariamente al parlare comune, non esiste un "Premio Nobel per l'economia", esiste bensì un "Premio per l'economia in memoria di Alfred Nobel", istituito dalla Banca di Svezia nel 1969: sintomo di complesso d'inferiorità rispetto alle scienze dure?

Si può tuttavia osservare come, sia pure lentamente e faticosamente, si vada diffondendo una coscienza critica della ragione economica dominante. Così si sta facendo strada, anche nei tradizionali ambienti accademici, la consapevolezza della necessità di nuovi modelli e strumenti per stimare i mercati finanziari: ne sono parziale testimonianza la tesi di laurea [12] e gli articoli [8, 25].

---

[10] Già nel 1936 John Maynard Keynes con la locuzione "spiriti animali" – riecheggiando il latino *spiritus animales* – intendeva sottolineare gli aspetti emotivi e motivazionali che stanno alla base del comportamento umano e della fiducia dei consumatori. E osservava che, quando l'accumulazione di capitale di un Paese diventa il sottoprodotto delle attività di un casinò, è probabile che il compito sia stato mal eseguito.

5. Codici e cappelli colorati

Il risultato forse più importante di Shannon sta nel teorema della codifica di canale, o teorema fondamentale della teoria dell'informazione, secondo il quale il rumore di un canale di comunicazione non impone necessariamente limiti sulla fidatezza con cui l'informazione può essere trasmessa sul canale stesso. L'enunciato del teorema è che la probabilità di errore nella trasmissione di una successione di dati può essere resa arbitrariamente piccola usando tecniche sufficientemente sofisticate di codificazione di canale, purché il tasso di trasferimento dei dati sia inferiore alla capacità del canale di trasmissione.

Su questo principio, sono stati avviati studi importanti sulle tecniche di rivelazione e correzione degli errori – in particolare, basate sul controllo di parità – con applicazioni svariate a telecomunicazioni e informatica. I codici di canale prevedono l'aumento, in modo mirato, della ridondanza del messaggio da trasmettere. L'obiettivo è opposto alla codificazione di sorgente in cui si cerca di ridurre al minimo la ridondanza inutile, o superflua, implicita nel messaggio della sorgente[11]. È opportuno citare qui almeno Elwyn Berlekamp, che ha studiato e scritto articoli con Shannon [18], è stato assistente di Kelly ai Bell Labs. Risale al 1968 un suo libro sulla teoria dei codici (algebrici), oggi in seconda edizione [5], testo scientifico considerato tuttora di primaria importanza.

Qualche anno fa (1984), Robert Axelrod ha pubblicato un saggio – *Giochi di reciprocità* [2] – in cui si interroga su quando si possa cooperare e su quando invece occorra essere egoisti nel corso di rapporti durevoli con gli altri. È giusto che si continui a fare favori all'amico che non ricambia mai? Axelrod indica come sia possibile applicare la teoria dei giochi all'analisi di situazioni di interazione che fanno emergere la necessità di collaborazione, o meno, tra le persone. Siamo, infatti, cooperatori o sanzionatori condizionati, ossia siamo predisposti a cooperare con gli altri ma anche a punire coloro che violano le norme di cooperazione. La ricerca di Axelrod conferma tutto sommato quanto già scriveva Adam Smith nella *Teoria dei sentimenti morali* (1759), cioè che, a seconda dei casi, in noi coesistono impulsi altruistici ed egoistici.

Legato alla codificazione nei sistemi di comunicazione e a strategie cooperative è un gioco curioso, "il gioco dei prigionieri con cappelli colorati" [17], che ha suscitato subito l'interesse di studiosi ed esperti di teoria dei codici, fra cui Berlekamp. Il gioco è riportato qui di seguito in una formulazione molto semplice che consente di presentare il principio dell'algoritmo cooperativo che conduce alla soluzione del dilemma.

A ciascun prigioniero viene posto in testa, a caso, un cappello di colore rosso o blu (ovvero, usando i simboli binari della teoria dell'informazione, 0 o 1). Ognuno vede i cappelli di tutti coloro che gli stanno davanti, ma non il suo né i cappelli dietro. A cominciare dall'ultimo della fila, ogni prigioniero in

[11] Se la ridondanza di un messaggio è prossima al 100% – caso assai comune a troppi discorsi a vanvera che capita oggi di ascoltare – secondo la metrica di Shannon, il contenuto informativo risulta praticamente nullo.

successione deve dichiarare il colore del proprio copricapo; se indovina è graziato, altrimenti si ode un bang, che segnala l'esecuzione. Gli sventurati possono mettersi d'accordo in anticipo sulla strategia da applicare per massimizzare la probabilità della loro salvezza.
La tecnica usata dai prigionieri per salvarsi si basa sul gioco di squadra e implica un algoritmo – *a priori* niente affatto ovvio – del tutto simile a quello che serve per assicurare che i flussi di dati binari vengano decodificati correttamente, anche se alcuni sono stati degradati dai disturbi del canale.
Il punto nodale è che ogni prigioniero della fila sente il colore dichiarato da quelli che lo precedono e, dall'eventuale bang, capisce se tale colore è sbagliato (o corretto).
L'algoritmo di sopravvivenza si fonda sul "codice a controllo di parità" che dà al primo (l'ultimo della fila) la probabilità del 50% di vincere, mentre tutti gli altri hanno la certezza assoluta di cavarsela. Il primo a parlare non può che tirare a indovinare: fa la somma dei numeri che vede e dice 0 (rosso) se la somma complessiva è pari, mentre dice 1 (blu) se la somma è dispari. Scommette, in altri termini, sul fatto che la somma sia pari. In ogni caso il secondo concorrente viene a conoscere, dalla presenza o dall'assenza del bang, il colore del cappello dietro e se la somma è pari o dispari. A questo punto decodifica il colore del proprio cappello applicando il controllo di parità. Sentendo la sua risposta, anche il terzo è in grado di indovinare, e così via, tutti i prigionieri a seguire sopravvivono.
Non sarà sfuggito che, riformulando il dilemma dei cappelli colorati (rossi o blu) in un problema di decodifica sequenziale (successione di zeri e uni) equivalente a determinare la polarità dei simboli binari ricevuti, l'algoritmo di decisione diventa (quasi) intuitivo.
Una più colorita descrizione del gioco, forse eccessivamente lambiccata, si trova nella bella raccolta di dilemmi e quesiti matematici *Quanti calzini fanno un paio?* [7].

6. Conclusioni

Il metodo probabilistico sta alla base di tutte le situazioni legate al caso o all'azzardo. Non è quindi sorprendente che i relativi strumenti quantitativi costituiscano il denominatore comune tanto del mondo della finanza quanto di quello delle scommesse e dei casinò. Così come non è sorprendente il ruolo della teoria dell'informazione, stante il fatto che i suoi fondamenti stanno proprio nel metodo probabilistico.
In questa rassegna il *Leitmotiv* è stato il criterio di Kelly che: 1) prescrive di scommettere ogni volta la stessa frazione fissa della somma disponibile al momento; 2) massimizza il tasso di crescita nel lungo termine del capitale iniziale; 3) minimizza il tempo atteso necessario per raggiungere un valore prefissato, ancorché grande, della vincita complessiva. Il successo in campo finanziario di Thorp rappresenta la più grande sfida all'ipotesi dell'efficienza del mercato; perciò, molti gestori di fondi con formazione in fisica, matematica, ricerca operativa, informatica o ingegneria vedono la "formula della fortuna", e altri modelli analoghi, come una linea-guida quantitativa efficace e utile per investire in Borsa.

Naturalmente, altri studiosi hanno proposto, prima e dopo Kelly, criteri simili; tuttavia, l'originalità del contributo di Kelly si trova nella relazione tra l'informazione e la crescita del capitale. Questo legame non ci sarebbe se Shannon non si fosse inventato *ex novo* una metrica per l'informazione. È tuttavia quanto mai opportuno ricordare il nome di Daniel Bernoulli (componente della celebre dinastia di matematici svizzeri), che propose il concetto di utilità logaritmica nel 1738, oltre duecento anni prima di Kelly. La monumentale *summa* [14] raggruppa più di cinquanta articoli apparsi sul criterio esaminato, a partire dalla storica memoria di Daniel Bernoulli *Specimen theoriae novae de mensura sortis* (*Esposizione di una nuova teoria sulla misura del rischio*). Daniel discute il gioco – il paradosso di San Pietroburgo, originariamente proposto dal cugino Nikolaus – del lancio di una moneta non truccata: se "testa" appare per la prima volta dopo n lanci, l'evento fa vincere 2^{n-1} ducati allo scommettitore[12]. D. Bernoulli considera però un mondo dove, per così dire, tutte le carte sono sul tavolo e tutte le probabilità sono di conoscenza pubblica, senza alcuna informazione nascosta. Kelly tratta, invece, di un mondo più opaco e ambiguo nel quale alcuni conoscono i valori di probabilità meglio di altri e provano a trarne vantaggio. È questa la peculiare caratteristica che ha molto da dire ai mercati finanziari.

Mi si perdonerà se concludo nel segno dell'aneddotica. Grande amico di Kelly ai Bell Labs era Benjamin Logan, un ingegnere con laurea M.Sc. al MIT e Ph.D. alla Columbia University. Logan ha svolto ricerche pionieristiche nel campo dell'elaborazione del segnale vocale (si pensi alle odierne applicazioni dello standard di codifica MP3 nell'iPhone e nell'iPod). Con il nome di Tex Logan è altresì noto come suonatore di *fiddle* (violino) fra gli appassionati di musica folk, country e bluegrass, oltre che per avere composto una celebre canzone di Natale *Christmas Time's A-Coming*. Questa e le storie precedenti dimostrano come scienziati, tecnici e ingegneri sappiano ben coniugare creatività, fantasia, razionalità, anche nel contesto socio-economico, smentendo l'abusato e logoro mantra secondo il quale costoro "non vivono, funzionano!".

Bibliografia

[1] Antonelli C.: I progetti di digitalizzazione: l'impatto sull'economia locale. Sintesi della relazione al Convegno del CSI-Piemonte *A prova di futuro: giornali, libri e archivi 3.0*, Torino, 1° dicembre 2011.

[2] Axelrod R.: *Giochi di reciprocità. L'insorgenza della cooperazione*. Feltrinelli, 1985.

[3] Benedetto S., De Vincentiis G., Luvison A.: Error probability in the presence of intersymbol interference and additive noise for multilevel digital signals. *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-21, March 1973, pp. 181-190.

[12] Questo particolare gioco d'azzardo è caratterizzato da una variabile aleatoria con valore atteso infinito, cioè da una vincita media di valore infinito. In teoria, ci si potrebbe permettere qualunque cifra pur di partecipare al gioco. In pratica, però, nessuna persona ragionevole è disposta a pagare più di una somma limitata: ecco appunto il paradosso detto di San Pietroburgo. (Adattamento da *Wikipedia*).

Ripubblicato in Tranter W.H, Taylor D.P., Ziemer R.E., Maxemchuck N.F., Mark J.W. (Editors): *The Best of the Best: Fifty Years of Communications and Networking Research*. IEEE Press and John Wiley, 2007, pp. 335-344.
[4] Benedetto S., Biglieri E., Luvison A., Zingarelli V.: Moment-based performance evaluation of digital transmission systems. *IEE Proc.-I (Communications, Speech and Vision)*, vol. 139, June 1992, pp. 258-266.
[5] Berlekamp E.R.: *Algebraic Coding Theory* (Revised Edition). Aegean Park Press, 1984.
[6] Cover T.M., Thomas J.A.: *Elements of Information Theory* (Second Edition). John Wiley, 2006.
[7] Eastaway R.: *Quanti calzini fanno un paio? Le sorprese della matematica nella vita di tutti i giorni*. Dedalo, 2009.
[8] Freedman D.H.: Una formula per rovinare l'economia. *Le Scienze*, n. 521, gennaio 2012, pp. 82-85.
[9] Guizzo E.M: *The Essential Message: Claude Shannon and the Making of Information Theory*. Master of Science (M.Sc.) Thesis, Massachusetts Institute of Technology, September 2003.
(http://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/39429/54526133.pdf).
[10] Kahneman D.: *Economia della felicità*. Il Sole 24 Ore, 2007.
[11] Kelly J.L., Jr.: A new interpretation of information rate. *The Bell System Technical Journal*, vol. 35, July 1956, pp. 917-926. (http://www.alcatel-lucent.com/bstj/vol35-1956/articles/bstj35-4-917.pdf).
[12] Lovera T.: *Un simulatore di Borsa con dati reali per l'analisi quantitativa di derivative strategies*. Tesi di laurea, Università di Torino, Corso di laurea in Finanza aziendale e dei mercati finanziari, Anno Accademico 2009-2010.
[13] Luenberger D.G.: *Investment Science*. Oxford University Press, 1998.
[14] MacLean L.C., Thorp E.O., Ziemba W.T. (Editors): *The Kelly Capital Growth Investment Criterion: Theory and Practice*. World Scientist Publishing, 2011.
[15] Mandelbrot B., Hudson R.L.: *Il disordine dei mercati. Una visione frattale di rischio, rovina e redditività*. Einaudi, 2005.
[16] Poundstone W.: *Fortune's Formula: The Untold Story of the Scientific Betting System That Beat the Casinos and Wall Street*. Hill & Wang, 2006.
[17] Robinson S.: Why mathematicians now care about their hat color. *New York Times*, April 10, 2001.
(http://www.msri.org/people/members/sara/articles/hat.html).
[18] Sloane N.J.A., Wyner A.D. (Editors): *Claude Elwood Shannon: Collected Papers*. IEEE Press, 1993; in particolare, Liversidge A.: Profile of Claude Shannon, *ibid.*, pp. xix-xxxiii.
[19] Taleb N.N., Goldstein D., Spiznagel M.: The six mistakes executives make in risk management. *Harvard Business Review*, October 2009, pp. 78-81.
[20] Taleb N.N.: *The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable* (Second Edition). Penguin, 2010. Trad. ital. della prima edizione: *Il Cigno nero. Come l'improbabile governa la nostra vita*. il Saggiatore, 2008.
[21] Thorp E.O.: *Beat the Dealer: A Winning Strategy for the Game of Twenty-one* (Revised Edition). Random House, 1966.

[22] Thorp E.O., Kassouf T.S.: *Beat the Market: A Scientific Stock Market System*. Random House, 1967. (http://www.edwardothorp.com/sitebuildercontent/sitebuilderfiles/beatthemarket.pdf). (La maggior parte delle pubblicazioni di Edward O. Thorp è disponibile online al sito Web: http://www.edwardothorp.com/).
[23] Thorp E.O.: The invention of the first wearable computer. In *Proc. Second International Symposium on Wearable Computers*, Pittsburgh, Pennsylvania, October 19-20, 1998, pp. 4-8. (http://graphics.cs.columbia.edu/courses/mobwear/resources/thorp-iswc98.pdf).
[24] Tijms H.: *Understanding Probability: Chance Rules in Everyday Life* (Second Edition). Cambridge University Press, 2007.
[25] Weinberg D.: La macchina che dovrebbe prevedere il futuro. *Le Scienze*, n. 521, gennaio 2012, pp. 50-55.

Biografia

Angelo Luvison, laureato in Ingegneria elettronica con lode al Politecnico di Torino, si è perfezionato in teoria delle telecomunicazioni al MIT e in management aziendale all'INSEAD-CEDEP di Fontainebleau. È consigliere della Fondazione IDI (Istituto Dirigenti Italiani). È stato professore di “Teoria dell'informazione e della trasmissione” all'Università di Torino. Per più di trent'anni in CSELT, ha svolto ricerche – molte delle quali frutto di collaborazioni internazionali – in Teoria delle comunicazioni, reti ad alta velocità con fibre ottiche, società dell'informazione. Ha ricoperto la posizione di segretario generale dell'AEIT. Detiene sette brevetti ed è autore o coautore di oltre 150 articoli, uno dei quali è stato ripubblicato nel volume celebrativo *The Best of the Best* (2007) della Communications Society dell'IEEE.
e-mail: angelo.luvison@alice.it